

Analisis Tingkat Berpikir Geometri Mahasiswa dalam Pemecahan Masalah Berdasarkan Teori Van Hiele pada Mata Kuliah Geometri Dasar

Asmaun

*Program Studi Pendidikan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam,
Universitas Negeri Makassar*
asmaun@unm.ac.id

Corresponding Author: Asmaun, E-mail: asmaun@unm.ac.id

ABSTRACT

Kemampuan berpikir geometri merupakan kemampuan dasar untuk membantu mahasiswa dalam memecahkan berbagai masalah yang berkaitan dengan persoalan geometri yang sangat krusial dimiliki oleh mahasiswa pada mata kuliah geometri dasar. Penelitian ini bertujuan untuk menganalisis tingkat berpikir geometri mahasiswa pada mata kuliah geometri dasar materi bangun ruang dalam pemecahan masalah berdasarkan teori Van Hiele. Penelitian ini adalah penelitian kualitatif dengan pendekatan deskriptif. Penelitian ini dilakukan di Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Makassar pada semester genap tahun 2024/2025. Subjek dalam penelitian ini adalah mahasiswa Jurusan Matematika yang sedang memprogramkan mata kuliah geometri dasar dan diambil sebanyak 3 orang yaitu mahasiswa dengan kemampuan matematika tinggi, mahasiswa dengan kemampuan matematika sedang, dan mahasiswa dengan kemampuan matematika rendah. Teknik sampling yang digunakan adalah purposive sampling dengan menetapkan kriteria untuk memilih subjek penelitian. Data dikumpulkan melalui tes tertulis dan wawancara. Selanjutnya data dianalisis secara kualitatif dengan reduksi data, penyajian data dan penarikan kesimpulan. Hasil yang didapatkan pada penelitian yaitu mahasiswa dengan kemampuan matematika tinggi memenuhi tingkatan pengenalan, analisis, pengurutan, pra deduksi dan pra rigor. Selanjutnya mahasiswa dengan kemampuan matematika sedang mencapai tingkatan pengenalan, analisis, dan pra pengurutan. Sedangkan mahasiswa dengan kemampuan matematika rendah mencapai tingkatan pengenalan dan pra analisis. Hal ini mengindikasikan bahwa tingkat berpikir geometri mahasiswa berbanding lurus dengan tingkat kemampuan matematika mahasiswa.

KEYWORDS

Tingkat Berpikir Geometri, Teori Van Hiele, Kemampuan Matematika, Bangun Ruang, Geometri Dasar.

ARTICLE DOI:

<https://doi.org/10.53696/venn.v4i3.353>

A. Pendahuluan

Keterampilan abad 21 yang wajib mahasiswa miliki adalah keterampilan dalam memecahkan masalah, sehingga manusia memperoleh ilmu pengetahuan dari rasa ingin tahunya. Memecahkan masalah erat kaitannya dengan kemampuan bernalar ataupun kemampuan berpikir yang dapat ditingkatkan dengan permasalahan matematika (Asmaun, 2024). Sejalan dengan itu bahwa penting untuk mahasiswa mempelajari pemecahan masalah matematis sehingga kemampuan berpikir mahasiswa dapat ditingkatkan (Asmaun & Baharuddin, 2024). Matematika merupakan disiplin ilmu penting yang memfasilitasi pemikiran logis, analitis, dan sistematis dalam bidang pendidikan (Hamid et al., 2025). Dengan demikian fokus pembelajaran matematika hendaknya dapat membantu siswa mengembangkan keterampilan pemecahan masalah mereka. Salah satu materi yang menuntut kemampuan pemecahan masalah yang sistematis serta menggunakan penalaran dan kemampuan berpikir adalah geometri.

Berdasarkan akan hal itu dikemukakan bahwa geometri merupakan salah satu cabang ilmu matematika yang mendasari pengembangan kemampuan logika, visualisasi, dan pemecahan masalah (Muhassanah et al., 2020). Geometri membantu siswa memperoleh keterampilan dasar seperti analisis, perbandingan, dan generalisasi serta keterampilan kognitif seperti investigasi, penelitian, kritik, berpikir kreatif, mengilustrasikan apa yang mereka pelajari, bersikap rapi, hati-hati dan sabar, serta ekspresi diri (Erdogan et al., 2009). Pada level perguruan tinggi, pemahaman geometri yang baik sangat penting bagi mahasiswa, khususnya yang mengambil jurusan pendidikan matematika, sains, atau teknik (Naufal et al., 2025; N. A. R. Siregar & Elvi, 2024). Mempelajari geometri telah terbukti dapat meningkatkan kemampuan pemecahan masalah pada mahasiswa. Sejalan dengan pendapat dari Abdullah & Zakaria (2013) bahwa meningkatkan pemahaman di bidang geometri dapat membantu mahasiswa memecahkan masalah geometri secara efektif. Sehubungan dengan hal itu maka pada pembelajaran geometri penting untuk memperhatikan aspek berpikir geometri dalam pemecahan masalah pada mahasiswa untuk meningkatkan pemahamannya terhadap materi. Hal ini dikarenakan dalam pembelajaran geometri pada perguruan tinggi, justru salah satu penyebab kegagalan siswa dalam pemecahan masalah adalah proses berpikir geometri mereka, yang perlu diperbaiki. Seperti penelitian dari (Exacta & Hadiprasetyo, 2018) bahwa mahasiswa masih banyak yang belum memahami tentang konsep-konsep pada geometri dan berdampak pada banyak mahasiswa yang tidak lulus mata kuliah Geometri. Hal yang sama dikemukakan oleh Rahmawati et al. (2023) bahwa kesulitan siswa dalam memahami konsep geometri berhubungan erat dengan tingkat berpikir geometri siswa. Dengan demikian diperlukan perhatian terhadap kemampuan berpikir geometri mahasiswa untuk meningkatkan pemahaman terhadap materi geometri dan berujung pada pencapaian belajar pada matakuliah geometri yang baik.

Berpikir geometris tidak hanya terkait dengan mata kuliah matematika tetapi juga semua mata kuliah dan memiliki peran penting dalam pengembangan banyak karakteristik kognitif siswa (Erdogan et al., 2009). Salah satu penelitian penting tentang tingkat berpikir geometri adalah Tingkat Berpikir Geometri Van Hiele (Karapınar & Alp İlhan, 2018; Shomad et al., 2018). Teori tingkatan berpikir geometri Van Hiele memberikan kerangka untuk menganalisis tingkat berpikir geometri melalui lima tahapan, mulai dari visualisasi hingga rigor. Menurut Musa (2016) teori Van Hiele adalah suatu teori tentang tingkat berpikir siswa dalam mempelajari geometri salah satunya pada bangun datar, dimana siswa tidak dapat naik ke tingkat yang lebih tinggi tanpa melewati tingkat yang lebih rendah.

Berdasarkan teori van Hiele, mahasiswa akan melalui lima tingkat berpikir dalam memahami geometri yang masing-masing tingkat berpikir memiliki kriteria tertentu yang terdiri atas tingkat 0 (visualisasi), tingkat 1 (analisis), tingkat 2 (deduksi informal), tingkat 3 (deduksi), dan tingkat 4 (rigor) (Bonyah & Larbi, 2021; Exacta & Hadiprasetyo, 2018; N. A. R. Siregar & Elvi, 2024; Wicaksono & Juniati, 2022). Model ini menekankan pengalaman belajar yang terstruktur dan berurutan, yang sangat penting untuk maju melalui level-level ini (Naufal et al., 2025). Sejalan dengan itu Clements & Battista (1992) menyatakan bahwa konsep yang secara implisit dipahami pada suatu tingkat menjadi eksplisit pada tingkat berikutnya. Misalnya pada tingkat visualisasi siswa mengenal bangun berdasarkan sifat bangun secara utuh, tetapi pada tingkat analisis, bangun tersebut dianalisis sehingga sifat-sifat serta komponennya ditemukan. Sehingga masing-masing tingkat berpikir geometri mahasiswa tersebut dapat dilihat dari cara menyelesaikan soal agar mahasiswa memiliki kemampuan tingkat berpikir geometris yang baik maka diperlukan para guru matematika yang memiliki kemampuan tingkat berpikir geometri yang tinggi pula (Adirakasiwi & Warmi, 2018). Dengan demikian, dapat dikatakan bahwa tingkatan berpikir geometri ini secara langsung berkorelasi dengan kemampuan penyelesaian masalah mahasiswa terhadap masalah geometri yang diberikan.

Matematika mempunyai sifat hirarkis atau runut diantara konsep satu dan konsep yang lain sehingga untuk mempelajari konsep yang lebih kompleks maka diharuskan untuk mempelajari konsep yang lebih dasar terlebih dahulu (Asmaun et al., 2025). Mata kuliah geometri dasar menjadi fondasi untuk mempelajari geometri lanjutan, sehingga perlu dipastikan bahwa mahasiswa telah mencapai tingkat berpikir geometri yang memadai. terminologi geometri, mengeksplorasi prinsip-prinsip geometri, mengembangkan keterampilan penalaran yang kuat, memperoleh keterampilan baru dalam pemecahan masalah, dan menemukan solusi untuk aplikasi di dunia nyata (Alexander & Koeberlein, 2019). Namun, banyak mahasiswa mengalami kesulitan dalam memahami konsep geometri abstrak, yang dapat menghambat proses belajar mereka. Sementara itu, kemampuan matematika sering dianggap sebagai indikator keberhasilan akademik, tetapi belum tentu mencerminkan pemahaman mendalam terhadap konsep geometri. Hal ini menimbulkan pertanyaan apakah mahasiswa dengan kemampuan matematika tinggi benar-benar telah mencapai tingkat berpikir geometri yang lebih abstrak atau sebaliknya. Kompetensi masing-masing siswa dalam memahami maksud persoalan matematika dan memecahkannya sangat beragam (Asmaun, 2024). Beragamnya kemampuan atau kompetensi mahasiswa membuat peneliti tertarik untuk menganalisis tingkat berpikir geometri berdasarkan teori Van Hiele dalam memecahkan masalah berdasarkan kemampuan matematika mahasiswa.

Beberapa penelitian sebelumnya telah banyak dilakukan tentang analisis kemampuan berpikir geometri berdasarkan teori van Hiele. Seperti penelitian dari (Arnita et al., 2024) yang menganalisis kemampuan berpikir geometri Van Hiele siswa SMP pada materi Pythagoras. Penelitian dari (Adirakasiwi & Warmi, 2018) yang meneliti kemampuan berpikir geometri Van Hiele siswa berdasarkan gaya kognitif siswa. Kemudian (N. A. R. Siregar & Elvi, 2024) yang meneliti terkait kemampuan berpikir geometri Van Hiele mahasiswa dalam menyelesaikan masalah kesebangunan dan kongruensi pada bangun datar segitiga. Berbeda dengan penelitian-penelitian sebelumnya, penelitian ini memiliki kebaruan karena menggabungkan analisis tingkat berpikir geometri berdasarkan Teori Van Hiele dengan kemampuan matematika mahasiswa. Kebanyakan penelitian sebelumnya hanya berfokus pada salah satu aspek, sedangkan penelitian ini melihat hubungan antara keduanya. Selain itu, studi tentang Teori Van Hiele umumnya dilakukan di tingkat sekolah, sementara penelitian ini mengaplikasikannya dalam konteks perguruan tinggi, khususnya pada mata kuliah Geometri Dasar. Temuan dari penelitian ini dapat memberikan rekomendasi pedagogis, seperti desain pembelajaran yang sesuai dengan tingkat berpikir mahasiswa atau strategi remediasi bagi yang tertinggal.

Sehingga dapat dikatakan bahwa penelitian ini dapat berkontribusi pada beberapa aspek penting untuk pengembangan pendidikan di perguruan tinggi. Secara pedagogis, temuan penelitian dapat menjadi dasar bagi dosen untuk menerapkan pembelajaran berdiferensiasi dengan menyesuaikan materi dan strategi pengajaran berdasarkan tingkat berpikir Van Hiele mahasiswa, seperti menggunakan pendekatan visual untuk mahasiswa di tahap awal dan metode deduktif untuk yang telah mencapai tahap lebih tinggi. Dari sisi kurikuler, hasil penelitian dapat memicu evaluasi sistem penilaian mata kuliah Geometri Dasar untuk memastikan keselarasan antara penilaian akademik dan penguasaan konseptual yang sesungguhnya, termasuk kemungkinan pengembangan instrumen penilaian alternatif yang lebih komprehensif. Bagi penelitian selanjutnya, temuan ini membuka peluang untuk mengeksplorasi faktor-faktor lain yang memengaruhi perkembangan berpikir geometri, seperti pengaruh gaya kognitif atau metode pembelajaran tertentu, serta potensi pengembangan instrumen diagnostik standar berbasis Teori Van Hiele yang khusus dirancang untuk tingkat perguruan tinggi, tidak hanya untuk geometri tetapi juga cabang matematika lainnya.

B. Metodologi

Penelitian ini menggunakan metode deskriptif kualitatif. Dengan menggunakan metode ini, dapat dilakukan analisis mendalam tentang tingkat berpikir geometri mahasiswa berdasarkan teori Van Hiele dalam menyelesaikan masalah geometri dasar. Penelitian ini dilaksanakan di Prodi Pendidikan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Makassar pada semester genap tahun ajaran 2024-2025. Subjek dalam penelitian ini adalah mahasiswa prodi pendidikan matematika semester 2 yang dipilih dari kelas A12. Pemilihan subjek penelitian ini dilakukan secara purposive sampling dengan mempertimbangkan mahasiswa yang sedang memprogramkan mata kuliah geometri dasar. Selain itu pemilihan subjek juga mempertimbangkan mahasiswa yang dianggap mampu memberikan data tentang tingkat berpikir geometri berdasarkan teori Van Hiele dalam penyelesaian masalah yang diberikan.

Teknik pengumpulan data yang dilakukan dalam penelitian ini menggunakan tes tertulis untuk mengungkap data tentang tingkat berpikir geometri Van Hiele mahasiswa serta wawancara yang dilakukan untuk memvalidasi jawaban yang dituliskan. Instrumen penelitian yang digunakan terdiri atas instrumen utama yaitu peneliti dan juga instrumen pendukung yaitu tes soal materi bangun ruang yang merupakan salah satu dari soal ujian akhir semester (UAS) yang diberikan di kelas subjek penelitian. Selain itu instrumen yang lainnya adalah pedoman wawancara. Pedoman wawancara ini disusun berdasarkan indikator tingkat berpikir geometri Van Hiele oleh (Musa, 2016) yang diberikan pada tabel berikut.

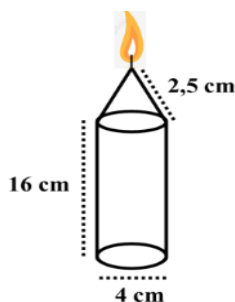
Tabel 1. Indikator Tingkat Berpikir Geometri Van Hiele

Tingkatan	Karakteristik	Indikator
0 (Pengenal)	Mengenal bentuk-bentuk bangun ruang serta penampakannya dan karakteristik bangun yang ditunjukkan pada masalah yang diberikan	1. Mengidentifikasi bangun bentuk ruang berdasarkan bentuk dan karakteristik visual dan dilihatnya secara utuh. 2. Menentukan nama bangun ruang yang membentuk gambar pada masalah yang diberikan
1 (Analisis)	Dapat menentukan hubungan sifat-sifat suatu bangun ruang dengan melakukan pengamatan, pengukuran, eksperimen, menggambar, dan membuat model matematika yang sesuai dengan konteks penyelesaian masalah yang diberikan.	1. Menganalisis suatu bangun ruang menurut sifat-sifatnya dan hubungannya dengan masalah yang diberikan. 2. Melakukan pemecahan masalah yang melibatkan sifat-sifat bangun ruang dan hubungannya dengan masalah yang diberikan.
2 (Pengurutan)	Pada tahap ini sudah memahami urutan strategi pemecahan masalah yang melibatkan rumus bangun ruang dan menerapkannya dalam penyelesaian masalah.	1. Merumuskan definisi suatu bangun ruang dengan berlandaskan pada sifat-sifat yang dimiliki serta keterkaitannya dengan masalah yang diberikan. 2. Memberikan penjelasan mengenai hubungan yang terkait antara bangun ruang dengan masalah serta cara penyelesaiannya berdasarkan informasi yang diberikan 3. Menerapkan dengan benar strategi pemecahan masalah yang menghubungkan antara sifat bangun ruang dengan masalah yang ditanyakan.
3 (Deduksi)	Dapat menyusun bukti formal dari rumus yang melibatkan bangun ruang, tidak hanya sekedar menerima bukti atau rumus bangun ruang tapi telah	1. Memahami bagaimana mengaitkan beberapa pernyataan matematika seperti aksioma, definisi, teorema untuk

Tingkatan	Karakteristik	Indikator
4 (Rigor)	mengerti pentingnya peranan unsur-unsur yang didefinisikan. Ketepatan dari prinsip-prinsip dasar yang melandasi suatu pembuktian dan dapat menerapkan pendekatan lain selain secara geometris untuk membuktikan penyelesaian masalah yang diberikan.	menjelaskan secara formal pembuktian rumus yang melibatkan bangun ruang. 2. Menyusun pembuktian secara deduktif 1. Memahami keberadaan aksioma sebagai pernyataan pangkal yang dapat digunakan dalam membuktikan kebenaran suatu teorema. 2. Menyusun pembuktian teorema dalam geometri secara formal.

Prosedur penelitian dilakukan dengan terlebih dahulu membagi mahasiswa kedalam 3 kategori kemampuan matematika. Mahasiswa dengan kategori kemampuan matematika tinggi, sedang, dan rendah yang dipilih berdasarkan Indeks Prestasi Kumulatif (IPK). Kemudian diberikan soal UAS kepada mahasiswa dalam kelas yang terpilih. Soal terkait materi bangu ruang yang diberikan adalah sebagai berikut:

Sebuah lilin seperti gambar di bawah berbentuk gabungan tabung dan kerucut. Jika lilin terbakar 4 cm^3 setiap 2 menit, berapa lama lilin tersebut akan habis terbakar?



Tes tertulis tersebut kemudian diperiksa dan hasilnya dianalisis untuk menentukan Tingkat berpikir geometri mahasiswa berdasarkan teori Van Hiele. Dari hasil pemeriksaan, diambil minimal 3 subjek pada masing-masing kategori kemampuan matematika. Setelah itu, dilanjutkan dengan wawancara pada subjek yang terpilih untuk mengkonfirmasi kesesuaian pemahaman dan apa yang dituliskan pada tes tertulis. Selain itu wawancara juga digunakan untuk mengungkap lebih mendalam terkait kemampuan berpikir geometri Van Hiele dari mahasiswa pada soal tentang bangun ruang yang diberikan.

Untuk menganalisis data penelitian digunakan teori menurut (Creswell, 2016) yang meliputi langkah-langkah diantaranya: (1) Data Mentah (transkrip, catatan lapangan, gambar dan sebagainya); (2) Menyusun dan mempersiapkan data untuk dianalisis; (3) Membaca seluruh data; (4) Memberi kode data (tulisan tangan atau computer); (5) Saling menghubungkan tema/deskripsi; dan (6) Menginterpretasi makna tema/deskripsi.

C. Hasil Penelitian dan Pembahasan

Untuk menentukan subjek dalam peneltian ini dilakukan pemilihan terhadap kelas yang memprogramkan mata kuliah geometri dasar. Diperoleh satu kelas yaitu kelas A12 angkatan tahun 2024. Selanjutnya dipilih sebanyak 3 mahasiswa yang memiliki kemampuan matematika tinggi, sedang dan rendah untuk menjadi subjek dalam penelitian. Untuk memudahkan dalam pemaparan data dan hasil penelitian setiap subjek diberikan kode yaitu, mahasiswa kemampuan tinggi diberikan kode KT, mahasiswa dengan kemampuan sedang dengan kode KS dan mahasiswa dengan kemampuan matematika rendah diberi kode KS.

Pemilihan ini didasarkan pada nilai indeks prestasi akademik atau IPK mahasiswa. Setelah mengumpulkan data IPK dari seluruh mahasiswa pada kelas A12, dilakukan pengelompokan ke dalam tiga kategori yaitu IPK antara 3,25 sampai 3,55 yang kemudian dipilih seorang subjek untuk mewakili subjek dengan prestasi belajar rendah, IPK pada rentang 3,56 hingga 3,85 dipilih seorang subjek untuk mewakili subjek dengan prestasi belajar sedang, dan IPK antara 3,86 sampai 4,00 dipilih seorang subjek untuk mewakili subjek dengan prestasi belajar tinggi. Mahasiswa yang terpilih menjadi subjek merupakan mahasiswa yang berada di semester 2 pada saat pengambilan data. Selanjutnya hasil jawaban UAS dari ketiga subjek pada soal pemecahan masalah terkait bangun ruang diperiksa dan dilakukan analisis sebagai berikut.

1. Tingkat Berpikir Geometri berdasarkan Teori Van Hiele Subjek KT

Mencari Volume lilin

Dik: $d = 4 \text{ cm} \rightarrow r = 2 \text{ cm}$

Tinggi tabung = 16 cm

Garis pelukis (s) = $2,5 \text{ cm} = \frac{5}{2} \text{ cm}$

Maka:

$$\text{Volume tabung} = \pi r^2 t = \pi (2 \text{ cm})^2 (16 \text{ cm}) = \pi (4 \text{ cm}^2) (16 \text{ cm})$$

$$= (3,14) (64 \text{ cm}^3) = 200,96 \text{ cm}^3$$

Mencari Tinggi kerucut:

$$t_{\text{kerucut}} = \sqrt{(2,5 \text{ cm})^2 - (2 \text{ cm})^2} = \sqrt{6,25 \text{ cm}^2 - 4 \text{ cm}^2} = \sqrt{2,25 \text{ cm}^2}$$

$$= \sqrt{\frac{9}{4}} \text{ cm} = \frac{3}{2} \text{ cm} = 1,5 \text{ cm}$$

$$\text{Volume kerucut} = \frac{1}{3} \pi r^2 t = \frac{1}{3} \pi (2 \text{ cm})^2 \left(\frac{3}{2} \text{ cm}\right) = \frac{1}{3} \pi (4 \text{ cm}^2) (3 \text{ cm})$$

$$= \pi (4 \text{ cm}^3) = 2 (3,14) \text{ cm}^3 = 6,28 \text{ cm}^3$$

Penyelesaian:

$$\text{Volume lilin} = \text{Volume tabung} + \text{Volume kerucut}$$

$$= 200,96 \text{ cm}^3 + 6,28 \text{ cm}^3$$

$$= 207,24 \text{ cm}^3$$

lilin terbakar $4 \text{ cm}^3 / 2 \text{ menit} \rightarrow$ lilin terbakar $2 \text{ cm}^3 / \text{menit}$.

Sehingga lilin akan terbakar sekitar $103,62 \text{ menit} \approx 103,5 \text{ menit}$

Gambar 1. Jawaban Subjek KT

Selanjutnya untuk mendapatkan data yang valid maka terhadap subjek diberikan beberapa pertanyaan yang diambil dari pedoman wawancara yang telah disiapkan. Untuk memaparkan dan mendeskripsikan hasil pemecahan masalah serta transkrip wawancara subjek KT dijabarkan berdasarkan tingkat berpikir geometri Van Hiele sebagai berikut.

a. Tingkat 0 (Pengenalan)

Terlihat dari jawaban yang diberikan subjek KT bahwa subjek mengenali dengan baik bentuk geometri yang terbentuk dari masalah yang ditanyakan. Subjek terlebih dahulu menuliskan informasi penting pada soal seperti Panjang jari-jari tabung, tinggi tabung, serta sisi miring atau garis pelukis dari selimut kerucut. Dan Ketika dikonfirmasi saat wawancara memang subjek mengenali dengan baik gambar geometri dari masalah yang diberikan. Hal itu dapat diperhatikan dalam transkrip wawancara subjek KT berikut.

P : Menurutmu, bangun apa saja yang membentuk lilin pada gambar ini?

KT : Kalau dilihat secara langsung, terbentuk dari bangun ruang tabung dan kerucut.

P : Bagian mana yang berbentuk tabung, dan bagian mana yang berbentuk kerucut?

KT : Kalau tabung yang di bawah pak, kalau kerucut yang atas.

P : Jelaskan ciri-ciri dari tabung dan apa yang membedakannya dengan kerucut?

KT : Kalau tabung pak, yaitu prisma yang alasnya berbentuk lingkaran, alas bawah dan atas sama. Kerucut hanya memiliki satu alas dengan satu titik puncak.

Selanjutnya ketika ditanyakan terkait sifat-sifat tabung dan apa yang membedakannya dengan kerucut, maka subjek KT dapat menjawab dengan baik. Menurutnya tabung merupakan bangun ruang

prisma yang memiliki alas dan penutup berbentuk lingkaran yang sama besar. Sedangkan kerucut hanya memiliki satu alas dan satu titik puncak.

b. Tingkat 1 (Analisis)

Pada tingkat analisis, subjek KT mampu menentukan dengan baik dan benar ukuran-ukuran pada bangun ruang berbentuk lilin tersebut. Subjek KT juga memahami bahwa untuk menentukan tinggi lilin maka diperlukan untuk menentukan terlebih dahulu tinggi dari kerucut menggunakan rumus Pythagoras dan menuliskan rumusnya dengan tepat. Subjek KT mengatakan bahwa untuk menentukan garis miring maka diambil satu garis dari selimut kerucut serta menggunakan diameter tabung yang memiliki alas yang sama dengan kerucut dan dibagi dua untuk menentukan jari-jarinya. Kemudian subjek KT memasukkan Panjang garis miring dan jari-jari tersebut untuk mendapatkan tinggi kerucut dengan baik dan benar. Adapun transkrip wawancara dengan subjek sebagai berikut.

- P : Bagaimana cara mengetahui ukuran-ukuran penting dari lilin ini (tinggi, jari-jari, volume)?*
- KT : Inikan terbentuk dari tabung dan kerucut, jadi tentukan dulu tinggi tabung dan tinggi kerucut kemudian ditambahkan. Untuk mengetahui tinggi kerucut, tadikan sudah diketahui panjang sisi selimutnya, kemudian saya ambil satu garis di selimut kemudian saya masukkan ke rumus pythagoras, untuk segitiga siku-siku dengan selimut sebagai sisi miring. Kemudian alas kerucut sama saja dengan alas tabung, sehingga Panjang jari-jari kerucut Adalah 4 cm dibagi 2 menjadi 2 cm. kemudian dimasukkan ke rumus pythagoras didapatkan 1,5 cm.*
- P : Jika hanya menghitung volume tabungnya saja, apakah sudah cukup? Mengapa?*
- KT : Tidak pak, karena yang ditanyakan kan berapa lama terbakar lilinnya, berarti keseluruhannya bukan cuma bagian atasnya saja.*
- P : Bagaimana hubungan antara volume lilin dengan waktu habisnya lilin?*
- KT : Kan ditanyakan berapa lama lilin tersebut akan lama terbakar, 4 cm kubik/ menit, jadi karena pake kubik maka harus pakai volume.*

Kemudian untuk mengungkap lebih dalam kemampuan analisis subjek terhadap masalah yang diberikan, ditanyakan terkait hubungan volume lilin dengan lamanya lilin terbakar. Subjek KT menjawab bahwa terlihat dari satuan laju pembakarannya yaitu cm^3/menit . Karena menggunakan kubik maka berkaitan dengan volume bangun ruang sehingga harus mencari volume lilin terlebih dahulu untuk bisa mengerjakan soalnya.

c. Tingkat 2 (Pengurutan)

Pada lembar jawaban yang diberikan subjek KT, terlihat dalam menentukan ukuran tinggi kerucut sudah dikerjakan dengan benar termasuk dalam penentuan akar untuk mendapatkan ukuran panjang 1,5 cm. Selain itu, subjek KT juga mampu memasukkan ukuran-ukuran penting pada tabung dan kerucut kedalam rumus volumenya untuk mendapatkan volume yang benar. Setelah itu subjek KT menjumlahkan volume tabung dan kerucut untuk mendapatkan volume lilin, subjek KT mengatakan alasannya karena lilin tersebut merupakan gabungan dari bangun ruang tabung dan kerucut. Hal itu dijelaskan subjek KT dalam transkrip wawancara berikut.

- P : Mengapa kita harus menjumlahkan volume tabung dan kerucut untuk mendapatkan volume lilin?*
- KT : Dimasukkan saja kerumusnya pak dengan Panjang yang diketahui pada soal. Begitupun dengan kerucut.*
- P : Kalau laju pembakaran lilin berubah menjadi 3 cm^3 per menit, bagaimana cara menyesuaikan perhitungannya?*

KT : *Langsung saja volume lilinnya dibagi 3.*

Setelah mendapatkan volume lilin tersebut maka subjek KT membagikannya dengan laju pembakaran lilin yang diketahui pada soal yaitu 4 cm^3 setiap 2 menit. Untuk laju pembakaran subjek mencari dulu laju untuk setiap menitnya untuk memudahkan perhitungan dan mendapatkan jawaban. Sehingga volume lilin tersebut dibagikan dengan 2 untuk mendapatkan jawaban yang benar. Ketika ditanyakan dalam wawancara bagaimana jika lajunya diganti dengan 3 cm^3 setiap menit maka subjek langsung bisa menyesuaikan perhitungan untuk tetap mendapatkan jawaban yang benar.

d. Tingkat 3 (Deduksi)

Pada Tingkat deduksi, subjek KT mengatkan bahwa untuk membuktikan rumus suatu bangun ruang maka kita harus mengalikan luas alas dengan tingginya. Subjek menambahkan bahwa untuk mencari volume tabung berarti kita akan mencari keseluruhan isi tabung, sehingga kita dapat mendapatkannya dengan mengalikan luas alasnya yang merupakan lingkaran kemudian dikalikan dengan tingginya sehingga seperti tertumpuk hingga memenuhi keseluruhan isi tabung. Untuk volume kerucut subjek KT mencoba mengingat Kembali bahwa rumusnya $1/3$ dari volume tabung namun tidak bisa menjelaskan pembuktiannya secara lengkap. Hal itu dapat ditemukan dalam transkrip wawancara berikut.

P : *Bisa tunjukkan bagaimana rumus volume tabung dan kerucut diperoleh?*

KT : *Menurut saya pak, volume suatu bangun ruang berarti kita ingin mencari berapa banyak keseluruhan isi bangun ruang itu, sehingga kita tentukan dulu luas alasnya, kemudian karena kita mau mencari volumenya sampai ke atas maka kita kalikan tingginya karna kita tumpuk-tumpuk hingga ke atas. Kalau volume kerucut seingat saya $1/3$ dari volume tabung, tapi saya lupa cara pembuktiannya.*

P : *Apakah ada cara lain untuk membuktikan hubungan volume dengan laju waktu pembakaran?*

KT : *Ada pak, tapi saya lupa caranya*

Selanjutnya pada wawancara juga ditanyakan pembuktian lain dari hubungan volume dengan laju pembakaran lilin. Subjek KT mengatakan meyakini ada cara lain untuk membuktikannya namun lupa caranya.

e. Tingkat 4 (Rigor)

Ketika ditanyakan perbandingan penyelesaian menggunakan pendekatan geometri dengan pendekatan kalkulus, subjek KT memahami bahwa masalah yang diberikan juga dapat diselesaikan dengan pendekatan kalkulus yaitu pada materi tentang menentukan volume benda putar yang dipelajari pada konsep integral. Namun subjek KT tidak mengingat secara detail cara menentukan volume bangun ruang menggunakan integral tersebut. Berikut transkrip wawancara yang dilakukan dengan subjek KT.

P : *Bisakah kamu membandingkan pendekatan Euclidean dengan pendekatan kalkulus dalam menentukan habisnya lilin?*

KT : *Bisa Pak, menggunakan konsep integral, pada materi volume benda putar, tapi saya lupa caranya.*

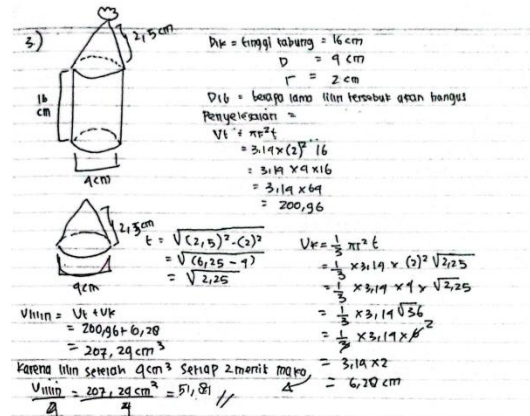
P : *Jika lilin tidak terbakar merata, apakah perhitungan ini masih valid? Bagaimana menyusunnya dalam model matematika yang lebih formal?*

KT : *Mungkin tidak benar pak. Jadi kalau menurut saya, dikerjakan setiap sisinya. Sisi yang lebih cepat dan sisi yang lebih lambat.*

Dari wawancara tersebut juga ditanyakan bagaimana penyelesaian masalah jika laju pembakaran lilin tidak merata pada keseluruhan permukaan lilin. Subjek KT menjawab bahwa

kemungkinan cara untuk menyelesaikan masalahnya dengan membagi beberapa bagian lilin dengan laju yang berbeda kemudian ditentukan volumenya. Namun lebih lanjut subjek KT mengatakan keraguannya dan kesulitan memodelkannya kedalam bentuk persamaan matematika

2. Tingkat Berpikir Geometri berdasarkan Teori Van Hiele Subjek KS



Gambar 2. Jawaban Subjek KS

Selanjutnya untuk mendapatkan data yang valid maka terhadap subjek diberikan beberapa pertanyaan yang diambil dari pedoman wawancara yang telah disiapkan. Untuk memaparkan hasil pemecahan masalah serta transkrip wawancara subjek KT dijabarkan berdasarkan tingkat berpikir geometri Van Hiele sebagai berikut.

a. Tingkat 0 (Pengenalan)

Berdasarkan jawaban yang diberikan, subjek KS menunjukkan kemampuan dalam mengenali secara tepat bentuk geometri yang muncul dari permasalahan yang diajukan. Subjek terlebih dahulu menuliskan informasi penting yang terdapat pada soal, antara lain panjang jari-jari tabung, tinggi tabung, serta sisi miring atau garis pelukis kerucut. Hasil konfirmasi melalui wawancara juga mengindikasikan bahwa subjek memiliki pemahaman yang baik terhadap representasi geometri dari masalah yang diberikan. Hal tersebut tercermin pula dalam transkrip wawancara dengan subjek KS berikut.

P : Menurutmu, bangun apa saja yang membentuk lilin pada gambar ini?

KS : Bangun ruang yang terbentuk yaitu tabung dan kerucut Pak

P : Bagian mana yang berbentuk tabung, dan bagian mana yang berbentuk kerucut?

KS : Tabungnya itu disebelah bawah dan kerucut di bagian atas.

P : Menurut anda, apa ciri-ciri bangun tabung dan apa yang membedakannya dengan kerucut?

KS : Kalau menurut saya pak, ciri-ciri tabung itu dia memiliki satu sisi lengkung yaitu pada selimut tabung, dan bentuk alas dan tutupnya itu sama besar Pak. Kalau kerucut, ciri-cirinya memiliki 2 sisi, sisi alas berbentuk lingkaran dan memiliki satu sisi puncak.

Subjek KS juga mampu menjelaskan ciri-ciri bangun ruang tabung serta bangun ruang kerucut. Mahasiswa mengatakan bahwa tabung merupakan bangun ruang yang memiliki satu sisi lengkung yang disebut selimut dan alas serta penutup yang sama besar berbentuk lingkaran. Sedangkan kerucut hanya memiliki satu alas berbentuk lingkaran disertai satu titik puncak.

b. Tingkat 1 (Analisis)

Pada tahap analisis, subjek KS mampu menentukan ukuran-ukuran bangun ruang berbentuk lilin secara tepat. Subjek menunjukkan pemahaman bahwa untuk memperoleh tinggi lilin, terlebih dahulu perlu dihitung tinggi kerucut dengan menggunakan teorema Pythagoras, dan ia menuliskan rumus tersebut dengan benar. Dalam penjelasannya, subjek menyatakan bahwa garis miring dapat diperoleh dengan mengambil salah satu garis pada selimut kerucut, kemudian menggunakan diameter tabung yang alasnya sebangun dengan kerucut, yang selanjutnya dibagi dua untuk memperoleh jari-jari. Selanjutnya, subjek menggabungkan panjang garis miring dengan jari-jari tersebut untuk menentukan tinggi kerucut secara tepat. Adapun transkrip wawancara dengan subjek disajikan sebagai berikut.

- P : Bagaimana cara mengetahui ukuran-ukuran penting dari lilin ini (tinggi, jari-jari, volume)?*
- KS : Yang pertama itu, kita cari terlebih dahulu yaitu volume tabung, dimana telah diketahui tinggi dari tabung dan jari-jarinya. Kemudian kita mencari terlebih dahulu tinggi kerucut kemudian mencari volume lilin. Cara mencari tinggi kerucut yaitu dengan menggunakan rumus garis pelukis (yang dimaksud adalah rumus pythagoras). Adapun volume tabung dan kerucut dicari dengan menggunakan rumus yang ada kemudian dimasukkan nilai-nilai yang telah diketahui.*
- P : Jika hanya menghitung volume tabungnya saja, apakah sudah cukup? Mengapa?*
- KS : Tidak Pak. Karena soalnya itu yang ditanyakan tentang lilin, sedangkan lilin Adalah gabungan dari bangun tabung dan kerucut.*
- P : Bagaimana hubungan antara volume lilin dengan waktu habisnya lilin?*
- KS : Hubungannya itu karena lilin terbakar setiap beberapa menit, otomatis volumenya berubah pak.*

Untuk menggali lebih lanjut kemampuan analisis subjek terhadap permasalahan yang diberikan, diajukan pertanyaan mengenai keterkaitan antara volume lilin dengan durasi pembakarannya. Subjek KS menjelaskan bahwa hal tersebut dapat diketahui atas dasar bahwa jika lilin terbakar maka keseluruhan isi lilin habis, sehingga isi lilin menunjukkan ukuran volumenya, sehingga langkah yang harus dilakukan terlebih dahulu adalah menentukan volume lilin sebelum menyelesaikan soal.

c. Tingkat 2 (Pengurutan)

Pada lembar jawaban yang dikerjakan, subjek KS menunjukkan ketepatan dalam menentukan tinggi kerucut, namun jawaban yang ditunjukkan masih dalam bentuk akar, mahasiswa belum mampu menyelesaikan akar untuk memperoleh jawaban sederhana. Selanjutnya, subjek KS mampu mengidentifikasi serta menggunakan ukuran-ukuran penting dari tabung dan kerucut ke dalam rumus volume masing-masing bangun ruang sehingga diperoleh hasil perhitungan yang benar. Setelah itu, subjek KS menjumlahkan volume tabung dan kerucut untuk memperoleh volume keseluruhan lilin. Subjek KS beralasan bahwa langkah tersebut dilakukan karena lilin merupakan gabungan antara bangun ruang tabung dan kerucut. Penjelasan tersebut juga terungkap dalam transkrip wawancara dengan subjek KS berikut.

- P : Mengapa kita harus menjumlahkan volume tabung dan kerucut untuk mendapatkan volume lilin?*
- KS : Karena lilin nya itu terbentuk dari tabung dan kerucut pak. Sehingga untuk mencari volume lilin maka harus dijumlahkan masing-masing volumenya*
- P : Kalau laju pembakaran lilin berubah menjadi 3 cm^3 per menit, bagaimana cara menyesuaikan perhitungannya?*
- KS : Volume lilinya pak dibagi dengan 3.*

Subjek KS lalu membagikan volume lilin yang telah didapatkan dengan laju pembakaran lilin yang diketahui pada soal yaitu 4 cm^3 setiap 2 menit. Subjek KS langsung membagikan dengan laju yang diketahui pada soal tanpa mempertimbangkan bahwa laju yang diberikan masih untuk setiap 2 menit. Sehingga jawaban yang diperoleh menjadi tidak jelas kebenarannya, karena subjek juga tidak menuliskan satuannya. Namun setelah dikonfirmasi ternyata subjek memang melakukan kesalahan karena tidak mengubah terlebih dahulu laju pembakaran untuk setiap menit.

d. Tingkat 3 (Deduksi)

Pada tingkat deduksi, subjek KS menyatakan bahwa pembuktian rumus bangun ruang tabung dilakukan dengan mengalikan luas alas dengan tingginya. Akan tetapi, setelah digali lebih jauh, subjek kesulitan menjelaskan alasan sampai diperolehnya rumus tabung. Adapun untuk volume kerucut, subjek KS mengingat kembali bahwa rumusnya merupakan sepertiga dari volume tabung, kemudian membuat ilustrasi dengan wadah berbentuk tabung, kemudian memasukkan wadah berbentuk kerucut di dalamnya, dan mengatakan bahwa dibutuhkan 3 kali kerucut dengan air penuh untuk dapat memenuhi wadah tabung tersebut dengan air. Hal tersebut tergambar dalam transkrip wawancara berikut.

P : Bisa tunjukkan bagaimana rumus volume tabung dan kerucut diperoleh?

KS : Volume tabung itu, cara untuk memperolehnya adalah luas alas dikali tinggi. Karena alasnya berbentuk lingkaran maka rumusnya phi r kuadrat dikali t (kesulitan untuk menemukan jawaban pembuktian lain). Kalau untuk kerucut bisa dicari menggunakan wadah seperti tabung, kemudian memasukkan kerucut, nah tabung akan terisi penuh jika diisi 3 kali kerucut yang full berisi air.

P : Apakah ada cara lain untuk membuktikan hubungan volume dengan laju waktu pembakaran?

KS : Mungkin masih ada Pak. Tapi tidak tau caranya

Selanjutnya pada wawancara juga ditanyakan pembuktian lain dari hubungan volume dengan laju pembakaran lilin. Subjek KS mengatakan meyakini ada cara lain untuk membuktikannya namun lupa caranya.

e. Tingkat 4 (Rigor)

Pada tingkat 4 (rigor) subjek KS kesulitan menjawab pertanyaan tentang perbandingan pendekatan geometris dengan pendekatan kalkulus untuk menyelesaikan masalah. Subjek KS cenderung hanya menyatakan bahwa kemungkinan bisa namun tidak mengetahui detail caranya. Begitupun saat subjek ditanyakan seperti apa menyelesaikan masalah jika laju pembakaran lilin tidak merata pada setiap daerah lilin, subjek tidak mengetahui caranya. Hal tersebut terlihat dari petikan wawancara dengan subjek KS berikut.

P : Bisakah kamu membandingkan pendekatan Euclidean dengan pendekatan kalkulus dalam menentukan habisnya lilin?

KS : Bisa juga pak, tapi saya lupa.

P : Jika lilin tidak terbakar merata, apakah perhitungan ini masih valid? Bagaimana menyusunnya dalam model matematika yang lebih formal?

KS : Tidak Pak. Tapi saya tidak tau cara menyelesaikannya

3. Tingkat Berpikir Geometri berdasarkan Teori Van Hiele Subjek KR

Jawaban:

3.) kerucut Tabung

Dik: Gc miring $\Rightarrow s = 2,5 \text{ cm}$ $h = 16 \text{ cm}$
 $g = 9 \text{ cm} \Rightarrow r = 2 \text{ cm}$ $g = 9 \text{ cm} \Rightarrow r = 2 \text{ cm}$

Penyelesaian:

$$V = \frac{1}{3} \times g \times t$$

$$= \frac{1}{3} \times (\pi r^2) \times t$$

$$= \frac{1}{3} \times 10 \pi$$

$$= 3,3 \pi$$

$$V_{\text{tabung}} = V_{\text{kerucut}} + V_{\text{tabung}}$$

$$= 3,3 \pi + 64 \pi$$

$$= \pi \cdot (9 + 3,3)$$

$$= \pi \cdot 12,3$$

$$= 12,3 \pi = 211 \text{ cm}^3$$

Luas permukaan tersebut lebih dari 211

$$\frac{4}{2} \times 211 = \frac{844}{2} = 422 \text{ menit}$$

Gambar 3. Jawaban Subjek KR

Selanjutnya untuk mendapatkan data yang valid maka terhadap subjek diberikan beberapa pertanyaan yang diambil dari pedoman wawancara yang telah disiapkan. Untuk memaparkan hasil pemecahan masalah serta transkrip wawancara subjek KT dijabarkan berdasarkan tingkat berpikir geometri Van Hiele sebagai berikut.

a. Tingkat 0 (Pengenalan)

Subjek KR mampu menunjukkan dan mengenali secara tepat bentuk geometri yang diberikan dalam masalah pada soal. Subjek terlebih dahulu menuliskan informasi penting untuk masing-masing bangun ruang tabung dan kerucut antara lain panjang jari-jari tabung, tinggi tabung, serta sisi miring atau garis pelukis kerucut. Sejalan dengan jawaban subjek saat wawancara yang juga mengindikasikan pemahaman yang baik terhadap representasi geometri dari masalah yang diberikan. Hal tersebut tercermin pula dalam transkrip wawancara dengan subjek KS berikut.

P : Menurutmu, bangun apa saja yang membentuk lilin pada gambar ini?

KR : Tabung sama Kerucut.

P : Bagian mana yang berbentuk tabung, dan bagian mana yang berbentuk kerucut?

KR : Yang ini tabung pak, bagian bawah dan bagian atasnya kerucut

P : Menurut anda, apa ciri-ciri bangun tabung dan apa yang membedakannya dengan kerucut?

KR : Kalau tabung memiliki 2 alas berbentuk lingkaran yang sejajar pak, kalau kerucut memiliki satu alas lingkaran dan selimut yang melengkung atau mengerucuti satu titik puncaknya.

Subjek KR juga mampu menjelaskan ciri-ciri bangun ruang tabung serta bangun ruang kerucut. Subjek mengatakan bahwa tabung Adalah bangun ruang yang memiliki 2 alas berbentuk lingkaran yang sejajar dan sama besar. Sedangkan kerucut hanya memiliki satu alas berbentuk lingkaran dan selimut yang melengkung atau mengerucuti satu titik puncak.

b. Tingkat 1 (Analisis)

Pada tahap analisis, Ketika akan menentukan volume bangun ruang yang membentuk lilin, subjek KR melakukan kesalahan dalam penentuan volume kerucut. Subjek KR tidak menentukan tinggi kerucut yang diperlukan untuk mencari volumenya. Subjek mampu menuliskan rumus yang benar, namun hanya memasukkan ukuran seperti jari-jari kerucut yang dituliskan sebelumnya. Sedangkan tinggi kerucut tidak dituliskan dengan jelas. Setelah dikonfirmasi saat wawancara, subjek

mengaku melakukan kesalahan dalam pengerjaannya dan menjelaskan sebenarnya harusnya dicari dulu dengan rumus pythagoras. Sedangkan untuk volume tabung, subjek mampu menuliskan rumus dan memasukkan ukuran yang tepat sesuai dengan masalah yang diberikan. Adapun transkrip wawancara dengan subjek disajikan sebagai berikut.

P : Bagaimana cara mengetahui ukuran-ukuran penting dari lilin ini (tinggi, jari-jari, volume)?

KR : Dari gambarnya Pak. Tapi saya salah menuliskannya pak (Menunjuk pekerjaannya). Tapi bisa didapatkan menggunakan rumus Pythagoras. Kemudian untuk menentukan volume tabung dan kerucutnya langsung dimasukkan ke rumusnya.

P : Jika hanya menghitung volume tabungnya saja, apakah sudah cukup? Mengapa?

KR : Tidak bisa Pak. Karena kan dari soalnya Adalah kerucut dan tabung yang ditanyakan sebagai lilinnya.

P : Bagaimana hubungan antara volume lilin dengan waktu habisnya lilin?

KR : Mungkin karena lilin terbakar dengan menghabiskan massa pak dengan volume lilin.

Untuk memperdalam analisis subjek terhadap permasalahan yang diberikan, diajukan pertanyaan terkait hubungan antara volume lilin dan durasi pembakarannya. Subjek KR menyatakan bahwa hubungan tersebut kemungkina disebabkan karena Ketika lilin terbakar maka kehilangan massa yang artinya kehilangan volume. Oleh karena itu, langkah awal yang perlu dilakukan adalah menentukan volume lilin sebelum melanjutkan penyelesaian soal.

c. Tingkat 2 (Pengurutan)

Pada lembar jawaban yang dikerjakan, subjek KR tidak mencantumkan perhitungan tinggi kerucut, sehingga mengakibatkan kesalahan dalam menentukan volume kerucut. Adapun pada soal volume tabung, subjek dapat memanfaatkan ukuran jari-jari dan tinggi tabung ke dalam rumus volume sehingga memperoleh jawaban yang benar. Selanjutnya, subjek KR menghitung volume total lilin dengan menjumlahkan volume tabung dan volume kerucut. Namun, hasil perhitungan volume lilin tetap keliru karena kesalahan perhitungan pada volume kerucut sebelumnya. Hal tersebut juga terkonfirmasi melalui transkrip wawancara dengan subjek KR.

P : Mengapa kita harus menjumlahkan volume tabung dan kerucut untuk mendapatkan volume lilin?

KR : Supaya bisa tau lama lilin tersebut habis pak, karena diumpakan sebagai lilin.

P : Kalau laju pembakaran lilin berubah menjadi 3 cm^3 per menit, bagaimana cara menyesuaikan perhitungannya?

KR : Dibagi 3 pak, tapi jawaban yang saya tulis sebelumnya itu salah.

Langkah selanjutnya Subjek KR langsung mengalikan volume lilin yang didapatkan dengan laju pembakaran lilin. Hal ini jelas salah karena untuk mendapatkan lamanya waktu lilin terbakar seharusnya dibagi. Setelah dikonfirmasi ternyata subjek memang melakukan kesalahan karena ketidaktahuan cara untuk memecahkan masalah.

d. Tingkat 3 (Deduksi)

Pada tingkat deduksi, subjek KR menyatakan bahwa pembuktian rumus bangun ruang tabung dilakukan dengan mengalikan luas alas dengan tingginya. Akan tetapi, setelah digali lebih jauh, subjek kesulitan menjelaskan alasan sampai diperolehnya rumus tabung. Adapun untuk volume kerucut, subjek KR mengaku lupa pembuktian rumus volumenya. Hal tersebut tergambar dalam transkrip wawancara berikut.

- P :* Bisa tunjukkan bagaimana rumus volume tabung dan kerucut diperoleh?
- KR :* Volume kan sama dengan luas alas kali tinggi. Alas itu kan dasar bangun, tingginya itu jarak tegak lurus antara alas dan atapnya pak, jadi itu yang saya kalikan. Saya lupa kalau untuk kerucut pak.
- P :* Apakah ada cara lain untuk membuktikan hubungan volume dengan laju waktu pembakaran?
- KR :* Ada pak tapi saya tidak tahu.

Pada sesi wawancara, subjek KR juga ditanya mengenai kemungkinan pembuktian lain terkait hubungan antara volume dan laju pembakaran lilin. Subjek KR menyatakan bahwa dirinya meyakini adanya alternatif cara pembuktian, namun belum mengetahui metode tersebut secara pasti.

e. Tingkat 4 (Rigor)

Pada tingkat 4 (rigor), subjek KR mengalami kesulitan dalam menjawab pertanyaan terkait perbandingan antara pendekatan geometris dan pendekatan kalkulus dalam penyelesaian masalah. Subjek cenderung hanya menyatakan bahwa hal tersebut mungkin dilakukan, namun tidak mampu menjelaskan secara rinci prosedur penyelesaiannya. Demikian pula, ketika diberikan pertanyaan mengenai strategi penyelesaian masalah pada kasus laju pembakaran lilin yang tidak merata di setiap bagiannya, subjek tidak dapat memberikan jawaban yang memadai. Kondisi tersebut tergambar dari kutipan hasil wawancara dengan subjek KR berikut.

- P :* Bisakah kamu membandingkan pendekatan Euclidean dengan pendekatan kalkulus dalam menentukan habisnya lilin?
- KR :* Kalau di kalkulus pake integral tapi tidak tau caranya pak.
- P :* Jika lilin tidak terbakar merata, apakah perhitungan ini masih valid? Bagaimana menyusunnya dalam model matematika yang lebih formal?
- KR :* Tidak tau pak.

4. Pembahasan

Hasil penelitian menunjukkan bahwa mahasiswa dengan kemampuan matematika tinggi mampu mencapai tingkat berpikir geometri Van Hiele mulai dari tingkat 0 hingga tingkat 2 dengan baik. Pada tingkat 0 (pengenalan/visualisasi), mahasiswa dapat mengidentifikasi bangun penyusun lilin, yaitu tabung dan kerucut, serta menyebutkan ciri-cirinya secara tepat, sejalan dengan temuan Musa (2016), Petrus et al. (2017), Putri (2021), Ristanty & Pratama (2022) dan Utami et al. (2016). Pada tingkat 1 (analisis), mahasiswa mampu menjelaskan cara menentukan ukuran penting seperti tinggi lilin dengan menggunakan teorema Pythagoras, memahami hubungan antara volume dengan laju pembakaran lilin, serta menyadari pentingnya penggunaan volume dibanding luas, sesuai dengan pendapat Pebruariska & Fachrudin (2018) bahwa pada level 1 (analisis) subjek dapat memutuskan strategi yang sesuai dengan sketsa yang telah dibuat untuk diterapkan dalam menyelesaikan masalah. Selanjutnya, pada tingkat 2 (pengurutan), mahasiswa dapat menentukan volume lilin dengan benar melalui penjumlahan volume tabung dan kerucut, kemudian membaginya dengan laju pembakaran lilin yang telah dikonversi per menit, sehingga menunjukkan strategi pemecahan masalah yang terencana, sebagaimana diungkapkan Pebruariska & Fachrudin (2018) dan Ristanty & Pratama (2022) bahwa siswa dengan kemampuan matematika tinggi mampu menyebutkan sifat-sifat utama pada tiap bangun untuk mengidentifikasi hubungan terkait antar bangun dan menarik kesimpulan. Namun, pada tingkat 3 (deduksi), mahasiswa hanya mampu menjelaskan pembuktian rumus volume tabung secara formal tetapi belum dapat melakukannya pada kerucut, sedangkan pada tingkat 4 (rigor), mahasiswa mengetahui kemungkinan penggunaan pendekatan kalkulus melalui

integral volume benda putar, namun tidak menguasai detail prosedurnya dan belum mampu memodelkan kasus pembakaran lilin yang tidak merata. Dengan demikian, meskipun mahasiswa menunjukkan capaian yang baik hingga tingkat 2, pada tingkat 3 dan 4 masih berada pada kategori pra-deduksi dan pra-rigor, selaras dengan temuan bahwa mahasiswa secara umum belum mampu mencapai dengan sempurna level 3 dan level 4 pada tingkat berpikir geometri Van Hiele (Exacta & Hadiprasetyo, 2018; Muhassanah et al., 2020; Wicaksono & Juniati, 2022).

Mahasiswa dengan kemampuan matematika sedang mampu mengenali gambar yang diberikan, mengidentifikasi bangun ruang penyusun lilin (tabung dan kerucut), serta menyebutkan sifat-sifatnya. Hal ini sejalan dengan penelitian sebelumnya bahwa subjek dengan kemampuan sedang dapat mengidentifikasi dan membedakan bangun datar berdasarkan bentuk dan sifat-sifatnya (Petrus et al., 2017; Putri, 2021; Ristanty & Pratama, 2022), sehingga dapat dikatakan bahwa mahasiswa tersebut telah mencapai tingkat berpikir geometri Van Hiele level 0 (pengenalan). Mahasiswa juga mampu menyusun strategi penyelesaian masalah dengan menentukan volume tabung dan kerucut kemudian membaginya dengan laju pembakaran lilin, sesuai dengan temuan Pebruariska & Fachrudin (2018) bahwa pada tingkat analisis, subjek dapat membuat sketsa masalah dan menentukan strategi penyelesaian yang sesuai. Namun, pada tahap perhitungan, mahasiswa kurang teliti karena tidak melakukan konversi ke satuan menit sehingga jawaban akhir tidak tepat. Kesalahan ini sejalan dengan temuan penelitian sebelumnya mengenai kesalahan proses perhitungan (process skill) dan jawaban akhir (endcoding) (Arwadi et al., 2024; Asmaun et al., 2025), sehingga dapat disimpulkan bahwa mahasiswa belum sepenuhnya mencapai tingkat 2 (pra-pengurutan). Selain itu, mahasiswa masih mengalami kesulitan dalam menjelaskan pembuktian rumus volume tabung dan kerucut secara formal serta tidak mampu menjelaskan pendekatan alternatif, seperti kalkulus, yang menunjukkan bahwa mahasiswa belum mencapai tingkat 3 (deduksi informal) maupun tingkat 4 (rigor). Hal ini selaras dengan hasil penelitian sebelumnya yang menyebutkan bahwa subjek dengan kemampuan sedang belum mampu melakukan pembuktian dari umum ke khusus (Petrus et al., 2017; Putri, 2021) serta cenderung gagal menganalisis informasi kompleks dan menghubungkan berbagai informasi yang relevan untuk mencapai level 3 (N. A. R. Siregar & Elvi, 2024). Temuan ini juga diperkuat oleh Exacta & Hadiprasetyo (2018) yang melaporkan bahwa sebagian besar mahasiswa calon guru berada pada level 1 (analisis), dan hanya sedikit yang mencapai level 2 (pengurutan).

Mahasiswa berkemampuan matematika rendah hanya mampu mencapai tingkat berpikir geometri tingkat 0 (pengenalan) dengan baik. Adapun tingkat di atasnya, mahasiswa belum mampu mencapainya dengan sempurna. Pada tingkat 0 (pengenalan), mahasiswa dapat dengan baik mengenali nama dan menyebutkan sifat-sifat bangun ruang yang menyusun lilin pada soal. Hal ini sejalan dengan penelitian bahwa subjek dengan kemampuan rendah mampu mengidentifikasi bangun berdasarkan bentuk dengan membedakan bangun datar dari benda-benda yang ada di lingkungan sekitar dan mampu memberi nama bangun tersebut (Putri, 2021). Pada tingkat berpikir geometri selanjutnya yaitu pada tingkat 1 (analisis), mahasiswa tidak menuliskan penentuan tinggi kerucut yang dibutuhkan untuk mendapatkan volume lilin. Mahasiswa tidak mampu menganalisis ukuran penting yang dibutuhkan untuk menyelesaikan masalah yang diberikan. Hal ini berakibat pada kesalahan dalam proses perhitungan volume kerucut yang menyebabkan volume lilin yang didapatkan juga salah. Selain itu mahasiswa tidak tepat dalam menentukan lama waktu lilin terbakar karena mengalikan volume lilin dengan laju pembakaran lilin yang seharusnya dibagi, yang akhirnya memperoleh jawaban akhir yang keliru. Hal ini ditemukan juga sebelumnya pada penelitian Arwadi et al. (2024) bahwa kesalahan yang dilakukan oleh mahasiswa dengan IPK atau prestasi belajar rendah adalah tidak mampu meneruskan proses penyelesaian atau membuat model atau dengan kata lain, melakukan kesalahan dalam menyelesaikan model matematik. Mahasiswa dengan kemampuan matematika rendah juga tidak mampu menjelaskan secara formal pembuktian rumus

tabung dan kerucut pada tingkat 3 (deduksi). Serta saat ditanyakan pendekatan lain seperti pendekatan kalkulus dalam penyelesaian masalah yang diberikan, mahasiswa juga kesulitan menjelaskan dan mengaku tidak mengetahui caranya secara detail. Hal ini seperti penelitian sebelumnya bahwa subjek dengan prestasi rendah belum mampu memahami istilah pengertian istilah pengertian pangkal, definisi, aksioma, dan teorema dalam menyusun bukti-bukti formal (Petrus et al., 2017; Ristanty & Pratama, 2022).

Tingkat berpikir geometri berdasarkan teori Van Hiele sangat penting dalam pembelajaran geometri yang melibatkan pemecahan masalah dalam ruang tiga dimensi atau jarak dalam benda padat (Naufal et al., 2021). Oleh karena itu, dosen atau pengajar harus memberikan perhatian lebih serius untuk memastikan bahwa keterampilan ini dapat dipahami dan dikembangkan oleh setiap mahasiswa dengan kemampuan matematika tingkat sedang atau rendah. Dengan kata lain, pengajaran dan pembelajaran geometri khususnya mata kuliah geometri dasar yang mengacu pada tingkat berpikir geometri serta fase-fase pembelajaran van Hiele harus diintegrasikan ke dalam strategi pembelajaran geometri untuk membantu mahasiswa meningkatkan tingkat berpikir geometri mereka.

D. Kesimpulan

Berdasarkan hasil dan pembahasan maka diperoleh kesimpulan bahwa pada mata kuliah geometri dasar, mahasiswa dengan kemampuan matematika tinggi dalam menyelesaikan masalah yang diberikan memiliki tingkat berpikir geometri Van Hiele yaitu pada tingkat 0 (pengenalan), tingkat 1 (analisis), tingkat 2 (pengurutan), belum mampu mencapai secara sempurna tingkat 3 (pra deduksi), belum mencapai dengan baik tingkat 4 (pra rigor) namun jawaban yang diberikan sudah tepat. Untuk mahasiswa dengan kemampuan matematika sedang, mampu mencapai tingkat 0 (pengenalan), tingkat 1 (analisis), belum mampu mencapai dengan baik tingkat 2 (pra pengurutan) serta jawaban yang diberikan tidak tepat. Sedangkan mahasiswa dengan kemampuan matematika rendah, mampu mencapai tingkat 0 (pengenalan) namun belum mampu mencapai dengan baik tingkat 1 (pra analisis) serta jawaban yang dituliskan tidak tepat.

Penelitian ini masih memiliki sejumlah keterbatasan sehingga perlu diberikan masukan untuk penelitian selanjutnya. Keterbatasan tersebut terletak pada variasi serta jumlah soal yang digunakan. Oleh karena itu, disarankan bagi peneliti berikutnya untuk menambah ragam dan jumlah soal, sehingga dapat menelaah lebih mendalam tingkat berpikir geometri mahasiswa berdasarkan teori Van Hiele. Selain itu bisa ditelaah lebih jauh faktor-faktor yang menyebabkan mahasiswa melakukan kesalahan dalam penyelesaian masalah. Bagi dosen atau pengajar, diharapkan hasil penelitian ini dapat menjadi bahan pertimbangan dalam memilih strategi yang sesuai untuk mengajarkan materi khususnya geometri di dalam kelas yang memiliki kemampuan matematika yang beragam dan diharapkan dapat membantu mahasiswa meningkatkan tingkat berpikir geometri mereka. Sementara itu, mahasiswa diharapkan mampu memahami konsep geometri tidak hanya sekedar menghafal rumus bangun geometri namun juga memahami bagaimana pembuktian teorema atau rumus yang juga dapat digunakan dalam pemecahan masalah.

Daftar Pustaka

- Abdullah, A. H., & Zakaria, E. (2013). The Effects of Van Hiele's Phases of Learning Geometry on Students' Degree of Acquisition of Van Hiele Levels. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 102, 251–266. <https://doi.org/10.1016/J.SBSPRO.2013.10.740>
- Adirakasiwi, A. G., & Warmi, A. (2018). Analisis tingkat berpikir mahasiswa berdasarkan teori Van Hiele ditinjau dari gaya kognitif. *JP3M (Jurnal Penelitian Pendidikan Dan Pengajaran Matematika)*, 4(1), 1–6. <https://jurnal.unsil.ac.id/index.php/jp3m/article/view/ALP41>

- Alexander, D. C. ., & Koeberlein, G. M. . (2019). *Elementary Geometry for College Students, Seventh Edition*. Boston: Cengage.
- Arnita, E. A. P., Zulkarnaen, R., & Imami, A. I. (2024). Analisis Kemampuan Berpikir Geometri Siswa SMP Berdasarkan Teori Van Hiele dalam Materi Teorema Pythagoras. *Jurnal Didactical Mathematics*, 6(2), 185–197. <https://doi.org/10.31949/dm.v6i2.10485>
- Arwadi, F., Asmaun, A., & Ruslan, R. (2024). Analisis Kesalahan Mahasiswa dalam Menyelesaikan Soal Analitik Ditinjau Dari Prestasi Belajar. *JRIP: Jurnal Riset Dan Inovasi Pembelajaran*, 4(3), 1819. <https://doi.org/10.51574/jrip.v4i3.2206>
- Asmaun, A. (2024). Proses Berpikir Kreatif Siswa dalam Pemecahan Masalah Berdasarkan Teori Wallas Ditinjau dari Kemampuan Matematika. *Jurnal Pendidikan MIPA*, 14(4), 919–930. <https://doi.org/10.37630/jpm.v14i4.1995>
- Asmaun, A., Arwadi, F., & Rifandi, M. (2025). Deskripsi Kesalahan Mahasiswa dalam Menyelesaikan Soal Geometri Analitik Menurut Teori Newman Ditinjau dari Kemampuan Matematika. *Proximal: Jurnal Penelitian Matematika Dan Pendidikan Matematika*, 8(2), 548–560. <https://doi.org/10.30605/proximal.v8i2.5467>
- Asmaun, A., & Baharuddin, B. (2024). Thinking Process Analysis Reflective Student in Solve Problem Non-routine on Probability Material. *Kognitif: Jurnal Riset HOTS Pendidikan Matematika*, 4(3). <https://doi.org/10.51574/kognitif.v4i3.2079>
- Bonyah, E., & Larbi, E. (2021). Assessing van Hiele’s geometric thinking levels among elementary pre-service mathematics teachers. *African Educational Research Journal*, 9(4), 844–851. <https://doi.org/10.30918/AERJ.94.21.119>
- Clements, D. H., & Battista, M. T. (1992). Geometry and spatial reasoning. *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning: A Project of the National Council of Teachers of Mathematics*, 420–464.
- Creswell, J. W. (2016). *Research design: Pendekatan metode kualitatif, kuantitatif dan campuran*. Yogyakarta: Pustaka pelajar.
- Erdogan, T., Akkaya, R., & Akkaya, S. Ç. (2009). The Effect of the Van Hiele Model Based Instruction on the Creative Thinking Levels of 6th Grade Primary School Students. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, 9(1), 181–194. <https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ837779.pdf>
- Exacta, A. P., & Hadiprasetyo, K. (2018). Tingkat Berpikir Mahasiswa Pada Mata Kuliah Geometri Ditinjau Dari Gaya Kognitif. *Journal of Mathematics and Mathematics Education*, 8(2). <https://doi.org/10.20961/JMME.V8I2.25846>
- Hamid, A., Asmaun, A., & Rahman, M. S. (2025). Deskripsi Kesalahan Pengoperasian Bentuk Aljabar Berdasarkan Gaya Belajar Auditorial. *Proximal: Jurnal Penelitian Matematika Dan Pendidikan Matematika*, 8(2), 569–579. <https://doi.org/10.30605/proximal.v8i2.5590>
- Karapınar, F., & Alp İlhan, O. (2018). An Investigation of 8th Grade Students’ Knowledge on Geometrical Objects in Terms of Van Heile Levels of Understanding Geometry. *American*

Journal of Educational Research, 6(2), 96–103. <https://doi.org/10.12691/EDUCATION-6-2-1>

- Muhassanah, N., Muhassanah, N., & Mulyatna, F. (2020). Analisis Tingkat Berpikir Geometris Menurut Van Hiele pada Mata Kuliah Geometri Analitik Ditinjau dari Gaya Kognitif. *JKPM (Jurnal Kajian Pendidikan Matematika)*, 5(2), 233–244. <https://doi.org/10.30998/jkpm.v5i2.6367>
- Musa, L. A. D. (2016). Level Berpikir Geometri Menurut Teori Van Hiele Berdasarkan Kemampuan Geometri dan Perbedaan Gender Siswa Kelas VII SMPN 8 Pare-Pare. *Al-Khwarizmi: Jurnal Pendidikan Matematika Dan Ilmu Pengetahuan ALam*, 4(2), 103–116. <https://doi.org/10.24256/jpmipa.v4i2.255>
- Naufal, M. A., Abdullah, A. H., Osman, S., Abu, M. S., & Ihsan, H. (2021). The Effectiveness of Infusion of Metacognition in van Hiele Model on Secondary School Students' Geometry Thinking Level. *International Journal of Instruction*, 14(3), 535–546. <https://doi.org/10.29333/iji.2021.14331a>
- Naufal, M. A., Ihsan, H., Samsuddin, A. F., Zainal, Z., Ashari, N. W., & Hassan, M. N. (2025). Evaluating the geometric thinking levels of generation Z pre-service mathematics teachers in Indonesia. *International Journal of Evaluation and Research in Education (IJERE)*, 14(2), 918–925. <https://doi.org/10.11591/ijere.v14i2.32365>
- Pebruariska, A., & Fachrudin, A. D. (2018). Kemampuan Pemecahan Masalah Siswa Kelas VII pada Materi Segiempat ditinjau dari Tingkat Berpikir Geometri Van Hiele. *AKSIOMA : Jurnal Matematika Dan Pendidikan Matematika*, 9(1), 21–28. <https://doi.org/10.26877/AKS.V9I1.2461>
- Petrus, Z., Karmila, K., & Riady, A. (2017). Deskripsi kemampuan geometri siswa SMP berdasarkan Teori Van Hiele. *Pedagogy: Jurnal Pendidikan Matematika*, 2(1). <https://doi.org/10.30605/PEDAGOGY.V2I1.668>
- Putri, D. M. (2021). *Profil Berpikir Matematis Siswa SMP pada Materi Geometri Bangun Datar (Segiempat dan Segitiga)*. IAIN Bengkulu.
- Rahmawati, R., Sridana, N., Triutami, T. W., & Prayitno, S. (2023). Analisis Tingkat Berpikir Geometri Siswa Menurut Teori van Hiele Ditinjau dari Gaya Belajar. *Journal of Classroom Action Research*, 5(2), 40–47. <https://doi.org/10.29303/jcar.v5i2.3182>
- Ristanty, D. W., & Pratama, F. W. (2022). Analisis Kemampuan Pemecahan Masalah Matematika Pada Materi Segiempat Berdasarkan Teori Van Hiele. *Jurnal Cendekia : Jurnal Pendidikan Matematika*, 6(2), 1648–1658. <https://doi.org/10.31004/CENDEKIA.V6I2.1400>
- Shomad, Z. A., Kusmayadi, T. A., & Riyadi. (2018). The Van Hiele geometry thinking levels of mild mental retardation students. *Journal of Physics: Conference Series*, 943(1). <https://doi.org/10.1088/1742-6596/943/1/012014>
- Siregar, N. A. R., & Elvi, M. (2024). Kemampuan Berpikir Geometri Mahasiswa Calon Guru Berdasarkan Teori Van Hiele. *Numeracy*, 11(1), 84–98. <https://doi.org/10.46244/NUMERACY.V11I1.2623>

- Siregar, R. N., Mujib, A., Hasratuddin, & Karnasih, I. (2020). Peningkatan Kemampuan Berpikir Kreatif Siswa Melalui Pendekatan Matematika Realistik. *Edumaspul: Jurnal Pendidikan*, 4(1), 56–62. <https://doi.org/10.33487/edumaspul.v4i1.338>
- Utami, M. W., Setiawan, T. B., & Oktavianingtyas, E. (2016). Tingkat Berpikir Geometri Siswa Kelas VII-B SMP Negeri 1 Jember Materi Segiempat Berdasarkan Teori van Hiele ditinjau dari Hasil Belajar Matematika. *Jurnal Edukasi*, 3(2), 43–47. <https://doi.org/10.19184/JUKASI.V3I2.3529>
- Wicaksono, A. B., & Juniati, D. (2022). Level Berpikir Geometris Mahasiswa Calon Guru Matematika Berdasarkan Teori Van Hiele. *AKSIOMA: Jurnal Program Studi Pendidikan Matematika*, 11(3), 2479. <https://doi.org/10.24127/AJPM.V11I3.5491>