

Antisipasi Didaktis–Pedagogis Berbasis Learning Obstacle Materi Relasi Rekursif pada Mata Kuliah Matematika Diskrit

Nur Wahidin Ashari¹, Usman Mulbar², Asdar³

Program Studi Pendidikan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Universitas Negeri Makassar^{1,2,3}

nur.wahidin.ashari@unm.ac.id¹, u.mulbar@unm.ac.id², asdar.ahmad@unm.ac.id³

Corresponding Author: Nur Wahidin Ashari, E-mail: nur.wahidin.ashari@unm.ac.id

ABSTRACT

Discrete Mathematics learning at the university level requires high-level reasoning skills and deep conceptual understanding, particularly in the topic of recursive relations. However, in instructional practice, students still experience various learning difficulties that affect the quality of their understanding. This study aims to identify students' learning obstacles in recursive relations as a preliminary study within the framework of Didactical Design Research (DDR). A qualitative approach was employed by analyzing students' responses to true–false items accompanied by written justifications administered in a final examination. The data were analyzed to identify learning obstacles based on ontogenic and epistemological perspectives. The findings indicate that students experience learning obstacles characterized by the inappropriate use of prior mathematical knowledge, limited ability to provide conceptual justifications, and a tendency toward procedural reasoning in contexts that require deeper conceptual analysis. These results suggest that students' difficulties in recursive relations cannot be separated from the didactical situations framing the learning process. This preliminary study provides a foundation for the development of didactical designs in subsequent research, with the conceptual integration of the Case Method to reconstruct more meaningful learning situations in Discrete Mathematics.

KEYWORDS

Didactical Design Research, learning obstacles, recursive relations, Discrete Mathematics, Case Method

ARTICLE DOI:

<https://doi.org/10.53696/venn.v5i3.451>

A. Pendahuluan

Matematika Diskrit merupakan salah satu mata kuliah inti dalam program studi matematika dan pendidikan matematika di perguruan tinggi yang berperan penting dalam membangun kemampuan penalaran formal, pemodelan struktural, dan berpikir komputasional mahasiswa. Karakteristik Matematika Diskrit yang abstrak, simbolik, dan sarat dengan struktur formal menuntut mahasiswa untuk tidak hanya menguasai prosedur matematis, tetapi juga memahami makna konseptual dari objek-objek matematika yang dipelajari (Grimaldi, 2004). Salah satu materi fundamental dalam Matematika Diskrit adalah relasi rekursif, yang berfungsi sebagai dasar bagi berbagai topik lanjutan, termasuk fungsi pembangkit, analisis algoritma, dan teori kombinatorika.

Relasi rekursif menuntut mahasiswa untuk memahami hubungan antar suku secara berurutan, kondisi awal, serta prinsip pembentukan pola yang mendasarinya. Dalam praktik perkuliahan, relasi rekursif sering disajikan secara formal melalui definisi dan contoh prosedural, sehingga mahasiswa cenderung memandangnya sebagai sekadar rumus atau algoritma perhitungan. Akibatnya, pemahaman konseptual mahasiswa terhadap relasi rekursif sering kali dangkal dan tidak terintegrasi dengan makna matematis yang lebih luas. Kondisi ini berpotensi menimbulkan kesulitan lanjutan

ketika mahasiswa dihadapkan pada materi fungsi pembangkit yang menuntut pemahaman relasi rekursif sebagai objek matematis yang direpresentasikan secara simbolik.

Sejumlah penelitian menunjukkan bahwa kesulitan mahasiswa dalam memahami matematika tingkat lanjut tidak semata-mata disebabkan oleh keterbatasan kemampuan individu, melainkan berkaitan erat dengan cara pengetahuan matematika ditransformasikan ke dalam konteks pembelajaran. [Brousseau \(1997\)](#) melalui Theory of Didactical Situations in Mathematics menegaskan bahwa hambatan belajar (learning obstacle) muncul ketika situasi didaktis yang dirancang tidak memungkinkan mahasiswa membangun makna pengetahuan secara optimal. Dalam konteks ini, kesalahan mahasiswa dipandang sebagai indikator adanya hambatan epistemologis dan didaktis, bukan sekadar kekeliruan prosedural.

Kajian kognitif pada pendidikan matematika tingkat lanjut juga menunjukkan bahwa mahasiswa sering mengalami kegagalan dalam membangun struktur konseptual yang utuh. [Dubinsky dan Tall \(1991\)](#) melalui teori APOS mengemukakan bahwa dominasi pendekatan prosedural dalam pembelajaran matematika menyebabkan mahasiswa kesulitan mentransformasi proses menjadi objek matematika yang bermakna. [Tall \(2004\)](#) menambahkan bahwa transisi dari pemahaman intuitif menuju formalitas matematika universitas sering kali memunculkan konflik kognitif yang tidak tertangani secara didaktis. Temuan-temuan tersebut mengindikasikan bahwa kesulitan mahasiswa pada materi seperti relasi rekursif perlu dianalisis lebih dalam dari perspektif didaktis.

Dalam kerangka Didactical Design Research (DDR), analisis learning obstacle merupakan tahap awal yang krusial sebelum perancangan desain didaktis dilakukan. [Suryadi \(2010\)](#) menegaskan bahwa DDR menempatkan analisis situasi didaktis dan hambatan belajar sebagai fondasi dalam merancang intervensi pembelajaran yang bermakna. Studi pendahuluan dalam DDR berfungsi untuk memetakan karakteristik kesulitan mahasiswa berdasarkan data autentik pembelajaran, sehingga desain didaktis yang dikembangkan tidak bersifat asumptif, melainkan berlandaskan pada realitas pembelajaran yang terjadi.

Berdasarkan uraian tersebut, studi pendahuluan ini difokuskan pada analisis learning obstacle mahasiswa pada materi relasi rekursif dengan memanfaatkan hasil Ujian Akhir Semester mata kuliah Matematika Diskrit. Relasi rekursif dipilih sebagai fokus kajian karena konsep ini merupakan fondasi konseptual bagi pemahaman fungsi pembangkit. Analisis terhadap jenis kesalahan mahasiswa—meliputi kesalahan konsep, kesalahan operasi, dan kesalahan prinsip—diharapkan dapat memberikan gambaran awal mengenai hambatan belajar yang dialami mahasiswa. Hasil studi pendahuluan ini selanjutnya menjadi dasar dalam pengembangan desain didaktis terintegrasi *Case Method* pada pembelajaran Matematika Diskrit dalam kerangka *Didactical Design Research*.

B. Metode Penelitian

Penelitian ini menggunakan pendekatan kualitatif dengan kerangka Didactical Design Research (DDR). DDR dipilih karena berorientasi pada analisis hambatan belajar (learning obstacle) dan rekonstruksi situasi didaktis berdasarkan respons aktual mahasiswa terhadap suatu materi matematika ([Brousseau, 1997](#); [Suryadi, 2010](#)). Pada artikel ini, DDR digunakan secara terbatas sebagai studi pendahuluan, dengan fokus utama pada identifikasi dan analisis jenis learning obstacle mahasiswa pada materi relasi rekursif.

1. Subjek Penelitian

Subjek penelitian adalah mahasiswa program studi pendidikan matematika yang telah menempuh mata kuliah Matematika Diskrit dan memperoleh materi relasi rekursif. Pemilihan subjek

dilakukan secara purposif, dengan pertimbangan bahwa mahasiswa telah melalui proses pembelajaran formal dan evaluasi sumatif berupa Ujian Akhir Semester (UAS), sehingga memungkinkan dilakukannya analisis terhadap hambatan belajar yang muncul setelah proses pembelajaran berlangsung ([Artigue, 1994](#)).

2. *Sumber Data*

Data penelitian bersumber dari:

- (1) Dokumen hasil Ujian Akhir Semester (UAS) mahasiswa pada materi relasi rekursif.
- (2) Lembar jawaban mahasiswa yang merepresentasikan strategi, kesalahan, dan pola penalaran dalam menyelesaikan soal.
- (3) Wawancara terbatas terhadap beberapa mahasiswa terpilih untuk mengklarifikasi alasan, pemahaman, dan proses berpikir yang mendasari jawaban tertulis mereka.

Penggunaan data dokumen dan wawancara bertujuan untuk memperoleh gambaran komprehensif mengenai kesulitan belajar mahasiswa, sebagaimana disarankan dalam penelitian kualitatif pendidikan matematika ([Creswell, 2014](#)).

Penelitian ini dibatasi pada analisis learning obstacle mahasiswa pada materi relasi rekursif dalam mata kuliah Matematika Diskrit. Data penelitian diperoleh dari respons tertulis mahasiswa terhadap seperangkat soal evaluasi akhir semester yang dirancang untuk mengungkap pemahaman konseptual dan penalaran matematis mahasiswa. Soal-soal tersebut disusun dalam bentuk pernyataan benar-salah yang disertai dengan keharusan memberikan alasan logis, sehingga memungkinkan peneliti mengidentifikasi tidak hanya ketepatan jawaban, tetapi juga struktur penalaran yang mendasarinya.

Fokus analisis tidak diarahkan pada pengukuran capaian hasil belajar secara kuantitatif, melainkan pada penelusuran jenis dan karakteristik kesalahan yang muncul dalam respons mahasiswa. Kesalahan tersebut dianalisis dan diklasifikasikan ke dalam kesalahan konsep, kesalahan operasi, dan kesalahan prinsip, sebagai indikator adanya learning obstacle pada materi relasi rekursif. Dengan batasan ini, penelitian tidak dimaksudkan untuk mengevaluasi efektivitas pembelajaran secara umum, tetapi untuk memperoleh pemahaman mendalam mengenai hambatan belajar mahasiswa yang menjadi dasar perancangan desain didaktis pada tahap penelitian selanjutnya.

3. *Teknik Pengumpulan Data*

Pengumpulan data dilakukan melalui tiga tahap. Pertama, pengumpulan dan pengkajian dokumen hasil UAS mahasiswa pada materi relasi rekursif. Kedua, identifikasi butir soal yang secara konseptual menuntut pemahaman relasi rekursif, baik dalam bentuk representasi simbolik maupun pemodelan. Ketiga, wawancara semi-terstruktur kepada mahasiswa terpilih untuk menggali lebih dalam sumber kesalahan dan hambatan belajar yang teridentifikasi dari jawaban tertulis.

4. *Teknik Analisis Data*

Analisis data dilakukan secara kualitatif dengan tahapan sebagai berikut:

- (1) Mengidentifikasi pola jawaban mahasiswa pada setiap butir soal relasi rekursif.
- (2) Mengklasifikasikan kesalahan mahasiswa ke dalam kategori learning obstacle, yang meliputi hambatan epistemologis, hambatan didaktis, dan hambatan ontogenik, sesuai dengan kerangka Theory of Didactical Situations ([Brousseau, 1997](#)).
- (3) Memetakan kesalahan mahasiswa ke dalam bentuk kesalahan konsep, kesalahan operasi, dan kesalahan prinsip untuk memperjelas karakteristik hambatan belajar yang muncul ([Nurmitasari & Astuti, 2019](#)).

- (4) Mengaitkan temuan hambatan belajar dengan karakteristik situasi pembelajaran yang telah dialami mahasiswa, sebagai dasar awal perancangan desain didaktis pada tahap penelitian lanjutan ([Artigue, 1994](#); [Suryadi, 2010](#)).

5. Keabsahan Data

Keabsahan data dijaga melalui teknik triangulasi sumber dan metode, yaitu dengan membandingkan hasil analisis dokumen UAS dan hasil wawancara mahasiswa. Selain itu, dilakukan *peer debriefing* dengan dosen sejawat untuk meminimalkan subjektivitas peneliti dalam menginterpretasi data ([Miles, Huberman, & Saldaña, 2014](#)).

C. Hasil Penelitian dan Pembahasan

Analisis hasil penelitian ini didasarkan pada respons tertulis mahasiswa terhadap seperangkat soal evaluasi akhir semester yang dirancang untuk mengungkap pemahaman konseptual dan penalaran matematis pada materi relasi rekursif dalam mata kuliah Matematika Diskrit. Soal-soal tersebut disusun dalam bentuk pernyataan benar-salah yang menuntut mahasiswa untuk tidak hanya menentukan kebenaran suatu pernyataan, tetapi juga memberikan alasan logis yang menjelaskan dasar pemikiran di balik jawaban yang diberikan. Karakteristik soal ini memungkinkan peneliti untuk menelusuri secara lebih mendalam bagaimana mahasiswa memahami konsep, melakukan operasi simbolik, serta menerapkan prinsip-prinsip matematis yang berkaitan dengan relasi rekursif.

Pernyataan yang diberikan dalam soal mencakup beberapa aspek penting dalam Matematika Diskrit, antara lain pemahaman terhadap konsep derangement, penalaran tentang banyaknya pengacakan suatu himpunan objek, klasifikasi relasi rekursif berdasarkan bentuk dan koefisiennya, serta pertimbangan epistemologis dalam memilih metode penyelesaian, khususnya terkait penggunaan fungsi pembangkit. Adapun Soal yang dimaksud adalah sebagai berikut

Tentukan apakah pernyataan berikut Benar (B) atau Salah (S). Berikan alasan logis untuk setiap jawaban Anda, terutama apakah urutan/peran penting dalam konteks tersebut.

- 453162 merupakan derangement dari 123465
- Banyak pengacakan yang terjadi dari 5 objek (A, B, C, D, E) adalah 28
- Relasi rekursif $a_0 = 1, a_{n+1} = 2a_n + 2na_{n-1} - 2$ adalah relasi rekursif koefisien konstanta non homogen
- Relasi rekursif $a_n = 5a_{n-1} - 16a_{n-3} + \frac{1}{2}a_{n-4}$, $n \geq 4$ dengan nilai awal $a_0 = a_1 = a_2 = a_3 = 1$ paling mudah diselesaikan dengan Fungsi Pembangkit Eksponensial

Dengan cakupan tersebut, respons mahasiswa memberikan gambaran yang komprehensif mengenai berbagai jenis learning obstacle yang muncul, baik yang bersifat konseptual, operasional, maupun prinsipil, sehingga dapat dijadikan dasar untuk analisis lebih lanjut pada bagian berikutnya.

1. Gambaran Umum Respons Mahasiswa

Analisis terhadap respons tertulis mahasiswa pada soal evaluasi akhir semester menunjukkan bahwa sebagian besar mahasiswa mampu memberikan jawaban benar atau salah secara eksplisit, namun belum seluruhnya disertai dengan alasan logis yang mencerminkan pemahaman konseptual yang memadai. Pada banyak kasus, jawaban yang secara formal dinyatakan benar tidak didukung oleh argumen matematis yang konsisten, sementara jawaban salah sering kali memperlihatkan pola kesalahan yang sistematis. Temuan ini mengindikasikan bahwa kesulitan mahasiswa tidak hanya

terletak pada hasil akhir, tetapi juga pada proses penalaran yang digunakan dalam memahami konsep relasi rekursif.

2. *Gambaran learning obstacle epistemologis yang ditemukan*

“Jawaban Salah karena 3 mempunyai posisi yang sama dengan posisi awal atau asalnya yaitu 4,5,3,1,6,2”

Mahasiswa hanya menyebut satu elemen (3) Padahal pada permutasi tersebut:

- (a) Elemen 3 tetap di posisi ke-3 (Benar)
- (b) Elemen 6 juga tetap di posisi ke-5 (salah) (*indikasinya tidak disadari mahasiswa*)

Urutan asal tidak dinyatakan secara eksplisit

- (a) Mahasiswa tidak menunjukkan pemetaan jelas antara 123465 $\rightarrow$ 453162
- (b) Urutan asal justru ditulis ulang sebagai hasil permutasi, bukan sebagai pembandingan

Respons mahasiswa pada soal derangement menunjukkan fenomena *learning obstacle* yang bersifat epistemologis. Mahasiswa menyatakan bahwa pernyataan “453162 merupakan derangement dari 123465” adalah salah, dengan alasan bahwa elemen 3 berada pada posisi yang sama dengan urutan asal. Secara konseptual, kesimpulan yang diberikan mahasiswa tersebut sudah tepat, karena dalam permutasi 453162 terdapat lebih dari satu elemen yang tetap berada pada posisi semula, sehingga tidak memenuhi definisi derangement sebagai permutasi tanpa titik tetap (*fixed point*).

Namun demikian, analisis terhadap alasan yang dikemukakan mahasiswa menunjukkan bahwa justifikasi yang diberikan masih bersifat parsial. Mahasiswa hanya mengidentifikasi satu elemen yang tetap pada posisi asal, yaitu elemen 3, tanpa melakukan pemeriksaan secara sistematis terhadap seluruh elemen dalam permutasi. Padahal, selain elemen 3, elemen 6 juga berada pada posisi yang sama dengan urutan asal. Kondisi ini menunjukkan bahwa mahasiswa belum sepenuhnya mengoperasionalkan definisi formal derangement sebagai suatu prosedur pemeriksaan menyeluruh terhadap setiap pasangan elemen dan posisinya.

Fenomena ini mengindikasikan adanya *learning obstacle* epistemologis, yaitu hambatan yang muncul bukan karena mahasiswa tidak mengetahui definisi, melainkan karena keterbatasan dalam menerapkan definisi tersebut secara lengkap dan sistematis dalam konteks penyelesaian masalah. Menurut [Brousseau \(1997\)](#), *learning obstacle* epistemologis terjadi ketika pengetahuan yang dimiliki peserta didik hanya berlaku pada konteks tertentu dan gagal digunakan secara konsisten pada situasi yang menuntut generalisasi atau kontrol logis yang lebih ketat. Dalam kasus ini, mahasiswa menggunakan satu contoh titik tetap sebagai dasar penolakan, tanpa memastikan bahwa sifat derangement telah diuji terhadap keseluruhan struktur permutasi.

Lebih lanjut, respons mahasiswa ini mencerminkan kecenderungan berpikir prosedural yang belum matang, di mana pengambilan kesimpulan dilakukan berdasarkan bukti minimal yang dianggap sudah cukup. Temuan ini sejalan dengan hasil penelitian [Dubinsky dan Tall \(1991\)](#) yang menyatakan bahwa mahasiswa pada matematika tingkat lanjut sering kali berhenti pada manipulasi atau identifikasi parsial tanpa membangun struktur konseptual yang utuh. Ketidaklengkapan justifikasi ini juga menunjukkan bahwa mahasiswa belum sepenuhnya memahami bahwa definisi matematis bersifat global dan menuntut konsistensi pada seluruh objek yang terlibat, bukan hanya pada satu contoh yang dianggap representatif.

Dalam perspektif didaktis, respons tersebut menandakan bahwa situasi pembelajaran sebelumnya belum secara optimal mendorong mahasiswa untuk melakukan validasi logis secara

menyeluruh terhadap suatu pernyataan matematis. Hal ini selaras dengan pandangan [Artigue \(1994\)](#) yang menekankan pentingnya analisis respons mahasiswa sebagai dasar untuk merekonstruksi desain pembelajaran, terutama pada materi yang menuntut ketelitian definisional dan penalaran formal. Dengan demikian, kesalahan alasan yang diberikan mahasiswa tidak dapat dipahami semata-mata sebagai kekeliruan individu, melainkan sebagai indikator adanya celah dalam situasi didaktis yang perlu direkonstruksi.

“(Salah) karena 5 objek = $5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$ jadi $120 \neq 28$ ”

Apa yang dilakukan mahasiswa?

- (a) Mahasiswa langsung menghitung banyak permutasi total ($5!$)
- (b) Mahasiswa membandingkan hasil 120 dengan 28
- (c) Kesimpulan: pernyataan salah

Masalah fundamental:

- (a) Soal TIDAK menanyakan jumlah permutasi
- (b) Soal menanyakan banyak pengacakan (derangement)
- (c) Mahasiswa menyamakan “pengacakan” dengan “permutasi total”

Salah satu respons mahasiswa menunjukkan kesalahan konseptual yang signifikan dalam memahami makna pengacakan. Mahasiswa menyatakan bahwa pernyataan tersebut salah dengan alasan bahwa banyak pengacakan dari lima objek adalah $5! = 120$, sehingga tidak sama dengan 28. Alasan ini menunjukkan bahwa mahasiswa menyamakan konsep derangement dengan permutasi total, tanpa mempertimbangkan syarat bahwa tidak ada satu pun objek yang menempati posisi asalnya. Kesalahan ini mengindikasikan learning obstacle epistemologis berupa ketidakmampuan membedakan objek matematis yang berbeda meskipun berada dalam domain kombinatorika yang sama. Kondisi ini sejalan dengan pandangan [Brousseau \(1997\)](#) bahwa hambatan belajar dapat muncul ketika pengetahuan sebelumnya digunakan secara tidak tepat pada situasi didaktis yang baru. Selain itu, temuan ini juga mendukung hasil penelitian [Dubinsky dan Tall \(1991\)](#) yang menyatakan bahwa mahasiswa sering terjebak pada prosedur simbolik tanpa pemahaman konseptual yang memadai.

“(Benar) Karena relasi rekursif tersebut adalah relasi rekursif koefisien konstanta non homogen berderajat 2. $a_0 = 1$, $a_{n+1} = 2a_n + 2na_{n-1} - 2$. Mahasiswa membulatkan 2 kemudian diberikan alasan karena bukan nol dan bilangan”

Mahasiswa telah memiliki pengetahuan awal tentang istilah:

- (a) relasi rekursif
- (b) koefisien konstanta
- (c) nonhomogen

Namun pengetahuan tersebut diterapkan secara keliru pada situasi matematis yang dihadapi:

- (a) keberadaan suku $2na_{n-1}$ menunjukkan koefisien tidak konstan
- (b) Kesalahan muncul karena konflik antara pengetahuan lama dan konteks baru,

Respons mahasiswa pada soal klasifikasi relasi rekursif menunjukkan adanya epistemological obstacle yang ditandai oleh penggunaan pengetahuan sebelumnya secara tidak tepat pada konteks yang baru. Mahasiswa menyatakan bahwa relasi $a_{n+1} = 2a_n + 2na_{n-1} - 2$ merupakan relasi rekursif koefisien konstanta nonhomogen dengan memberikan alasan berbasis istilah formal tanpa melakukan analisis terhadap struktur relasi. Keberadaan suku $2na_{n-1}$ yang bergantung pada indeks n tidak dijadikan dasar dalam penentuan jenis koefisien, sehingga mahasiswa keliru dalam

menerapkan kriteria klasifikasi relasi rekursif. Kesalahan ini menunjukkan bahwa hambatan belajar tidak disebabkan oleh ketiadaan pengetahuan, melainkan oleh konflik antara pengetahuan yang telah dimiliki mahasiswa dengan situasi matematis yang dihadapi. Kondisi ini sejalan dengan pandangan [Brousseau \(1997\)](#) yang menyatakan bahwa epistemological obstacle muncul ketika pengetahuan yang sah pada suatu konteks digunakan secara tidak sesuai pada konteks yang lain.

"Salah karena D_5 adalah 25"

Mahasiswa menyatakan bahwa pernyataan pada soal adalah salah dengan langsung merujuk pada nilai bilangan derangement untuk lima objek, yaitu D_5 . Mahasiswa menggunakan notasi derangement sebagai dasar penilaian kebenaran pernyataan, namun tidak menunjukkan proses penalaran atau perhitungan yang mendasari penentuan nilai tersebut.

Respons mahasiswa pada soal mengenai banyaknya derangement menunjukkan adanya epistemological obstacle yang berkaitan dengan pemahaman konsep bilangan derangement. Mahasiswa menyatakan bahwa pernyataan pada soal adalah salah dengan alasan bahwa nilai D_5 adalah 25. Alasan tersebut mengindikasikan bahwa mahasiswa telah mengenal notasi D_n sebagai representasi banyaknya derangement dari n objek, namun memiliki pemahaman yang keliru terhadap nilai dan sifat bilangan derangement itu sendiri. Kesalahan ini tidak disebabkan oleh kekeliruan prosedural dalam perhitungan, melainkan oleh penggunaan pengetahuan konseptual yang tidak sesuai dengan definisi dan karakteristik derangement. Kondisi ini mencerminkan epistemological obstacle, yaitu situasi ketika pengetahuan yang telah dimiliki mahasiswa justru menghambat pemahaman terhadap konsep matematis yang sedang dipelajari karena tidak terintegrasi secara utuh dengan struktur konsep yang benar ([Brousseau, 1997](#)).

"(Salah) karena relasi rekursif (soal terakhir) berderajat paling tinggi 4."

Mahasiswa menyatakan bahwa pernyataan pada soal adalah salah dengan mendasarkan alasannya pada orde (derajat) tertinggi dari relasi rekursif yang diberikan. Mahasiswa memfokuskan penilaian kebenaran pernyataan semata-mata pada informasi bahwa relasi tersebut berorde empat, tanpa mengaitkannya dengan metode penyelesaian yang dinyatakan dalam soal.

Respons mahasiswa pada soal penentuan metode penyelesaian relasi rekursif menunjukkan adanya epistemological obstacle. Mahasiswa menyatakan bahwa pernyataan pada soal adalah salah dengan mendasarkan alasannya pada fakta bahwa relasi rekursif yang diberikan berorde empat. Alasan tersebut menunjukkan bahwa mahasiswa mengaitkan orde relasi rekursif secara langsung dengan pemilihan metode penyelesaian, tanpa mempertimbangkan struktur relasi, keberadaan suku bebas, maupun karakteristik metode fungsi pembangkit eksponensial. Pengetahuan tentang orde relasi rekursif yang sejatinya benar digunakan secara tidak tepat untuk menilai kesesuaian metode, sehingga menghambat pemahaman konseptual yang lebih utuh. Kondisi ini mencerminkan epistemological obstacle, yaitu situasi ketika pengetahuan yang telah dimiliki mahasiswa justru menjadi penghalang dalam memahami objek matematika baru karena diterapkan di luar konteks epistemiknya ([Brousseau, 1997](#)).

3. *Gambaran learning obstacle ontogenik yang ditemukan*

"(Salah) karena Relasi Rekursif koefisien konstanta non homogen"

Justifikasi singkat dan tegas:

- (a) Mahasiswa belum mampu menyusun justifikasi matematis
- (b) Kesimpulan dan alasan tidak terhubung secara logis
- (c) Istilah digunakan sebagai label, bukan sebagai alat penalaran

Pada respons mahasiswa lainnya, ditemukan adanya ontogenic obstacle yang ditunjukkan melalui ketidakmampuan mahasiswa dalam menyusun justifikasi matematis yang koheren. Mahasiswa memberikan kesimpulan bahwa pernyataan pada soal adalah salah, namun alasan yang disampaikan tidak mengandung penjelasan struktural yang mendukung kesimpulan tersebut. Istilah matematis digunakan secara singkat dan tidak dihubungkan dengan bentuk relasi rekursif yang dianalisis. Hambatan ini mengindikasikan bahwa mahasiswa belum memiliki kesiapan kognitif yang memadai untuk mengkoordinasikan definisi, simbol, dan argumen logis dalam satu kesatuan penalaran matematis. Dengan demikian, kesulitan yang dialami mahasiswa lebih berkaitan dengan perkembangan struktur berpikir dan kemampuan argumentatif daripada dengan konflik pengetahuan konseptual. Temuan ini selaras dengan kerangka ontogenic obstacle dalam Theory of Didactical Situations in Mathematics yang menekankan keterbatasan kesiapan subjek belajar dalam menghadapi tuntutan kognitif suatu situasi didaktis ([Brousseau, 1997](#)).

4. *Antisipasi terhadap Epistemological Obstacle*

Learning obstacle yang bersifat epistemologis teridentifikasi ketika mahasiswa menggunakan pengetahuan matematika yang benar, seperti orde relasi rekursif, namun menerapkannya secara tidak tepat dalam menentukan metode penyelesaian yang sesuai. Pengetahuan tersebut digunakan di luar konteks epistemiknya, sehingga mengaburkan hubungan antara struktur relasi rekursif dan tujuan analisis yang dilakukan. Antisipasi didaktis terhadap kondisi ini diarahkan pada perancangan situasi belajar yang memungkinkan mahasiswa mengeksplorasi keterbatasan dan keberlakuan suatu konsep melalui perbandingan beberapa bentuk relasi rekursif dengan karakteristik berbeda. Melalui situasi semacam ini, mahasiswa didorong untuk merekonstruksi makna konseptual secara lebih mendalam dan memahami bahwa pemilihan metode penyelesaian tidak dapat didasarkan pada satu atribut formal semata ([Brousseau, 1997](#)).

Lebih lanjut, antisipasi didaktis ini memerlukan situasi pembelajaran yang menuntut mahasiswa untuk memberikan justifikasi terhadap keputusan matematis yang diambil, bukan sekadar menyatakan benar atau salah. Situasi tersebut secara konseptual sejalan dengan prinsip Case Method, yang menempatkan peserta didik pada konteks pengambilan keputusan berbasis analisis kondisi dan alternatif solusi. Dalam kerangka DDR, penyebutan prinsip Case Method pada tahap ini berfungsi sebagai arah konseptual pengembangan desain didaktis, yang pada penelitian lanjutan akan digunakan untuk merancang situasi pembelajaran yang mampu menantang dan meluruskan pemahaman epistemik mahasiswa secara sistematis.

5. *Antisipasi terhadap Ontogenic Obstacle*

Ontogenic obstacle teridentifikasi pada mahasiswa yang menunjukkan keterbatasan dalam kesiapan kognitif untuk memahami konsep abstrak, meskipun telah memperoleh paparan materi secara formal. Kesulitan ini tampak pada kecenderungan mahasiswa memberikan jawaban singkat, tidak lengkap, atau berbasis ingatan prosedural tanpa argumentasi logis yang memadai. Antisipasi didaktis terhadap hambatan ini diarahkan pada penyusunan situasi belajar yang membantu mahasiswa membangun jembatan antara pengetahuan awal yang dimiliki dengan tuntutan konseptual materi relasi rekursif. Situasi pembelajaran perlu dirancang secara bertahap, dengan memberikan dukungan

kognitif yang memungkinkan mahasiswa mengembangkan pemahaman secara progresif sesuai dengan kesiapan berpikirnya ([Brousseau, 1997](#)).

Selain itu, antisipasi terhadap ontogenic obstacle juga mencakup penyediaan konteks masalah yang dekat dengan pengalaman belajar mahasiswa, sehingga abstraksi tidak muncul secara tiba-tiba dan terlepas dari makna. Secara konseptual, pendekatan ini membuka ruang bagi penggunaan prinsip Case Method pada tahap desain didaktis selanjutnya, di mana kasus-kasus matematis dapat disusun dari situasi yang familiar menuju representasi formal yang lebih kompleks. Dengan demikian, mahasiswa tidak hanya dilatih untuk menyelesaikan masalah, tetapi juga dipandu dalam mengembangkan kesiapan berpikir yang diperlukan untuk memahami struktur matematika diskrit secara lebih mendalam.

Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa learning obstacle mahasiswa pada materi relasi rekursif tidak hanya berkaitan dengan kesalahan prosedural, tetapi lebih dalam menyentuh aspek epistemologis dan ontogenik dalam memahami struktur matematika diskrit. Mahasiswa cenderung menggunakan pengetahuan yang telah dimiliki secara terpisah-pisah, seperti orde relasi rekursif atau rumus kombinatorial, tanpa mampu mengaitkannya secara konseptual dengan tujuan penyelesaian masalah. Temuan ini memperkuat pandangan bahwa kesulitan belajar pada matematika tingkat lanjut tidak dapat direduksi menjadi persoalan kemampuan individu semata, melainkan berkaitan erat dengan cara pengetahuan tersebut ditransformasikan ke dalam situasi pembelajaran.

Dalam konteks pembelajaran Matematika Diskrit di perguruan tinggi, temuan ini memiliki implikasi penting. Materi seperti relasi rekursif dan fungsi pembangkit menuntut mahasiswa untuk memahami hubungan antara struktur formal, representasi simbolik, dan makna matematis. Ketika learning obstacle tidak teridentifikasi dan ditangani secara sistematis, pembelajaran berpotensi terjebak pada aktivitas manipulatif yang bersifat mekanis. Dampaknya, mahasiswa dapat menyelesaikan soal-soal rutin, tetapi mengalami kesulitan ketika dihadapkan pada persoalan yang menuntut penalaran, justifikasi, dan pengambilan keputusan matematis. Kondisi ini berpotensi melemahkan peran Matematika Diskrit sebagai fondasi bagi pengembangan berpikir komputasional dan pemodelan algoritmik.

Temuan penelitian ini juga menunjukkan relevansinya dengan kerangka Didactical Design Research (DDR) yang dikembangkan oleh Suryadi. Dalam DDR, learning obstacle diposisikan sebagai titik awal perancangan desain didaktis, bukan sebagai hasil akhir dari evaluasi pembelajaran. Hasil studi pendahuluan ini secara jelas memetakan keberadaan epistemological obstacle dan ontogenic obstacle, yang menunjukkan bahwa desain pembelajaran sebelumnya belum sepenuhnya mengakomodasi kesiapan berpikir mahasiswa serta belum merekonstruksi situasi didaktis secara optimal. Dengan demikian, penelitian ini menegaskan pentingnya tahap analisis situasi didaktis dan analisis metapedadidaktik sebagai landasan pengembangan desain pembelajaran Matematika Diskrit yang lebih bermakna ([Suryadi, 2010](#)).

Lebih lanjut, hasil penelitian ini memberikan justifikasi empiris bagi perlunya pergeseran orientasi pembelajaran dari penyajian formalistik menuju situasi pembelajaran yang menuntut argumentasi, penalaran, dan refleksi konseptual. Dalam kerangka DDR, situasi didaktis semacam ini memungkinkan terjadinya dialektika antara pengetahuan mahasiswa dan pengetahuan matematis yang dituju. Secara konseptual, karakteristik tersebut sejalan dengan prinsip Case Method, meskipun pada penelitian ini pendekatan tersebut belum diimplementasikan secara operasional. Penyebutan Case Method dalam pembahasan ini dimaksudkan sebagai arah pengembangan desain didaktis pada penelitian lanjutan, bukan sebagai klaim efektivitas pada tahap studi pendahuluan.

Berdasarkan pembahasan tersebut, penelitian ini merekomendasikan agar pengembangan pembelajaran Matematika Diskrit di perguruan tinggi dilakukan melalui desain didaktis yang secara

sadar dibangun dari hasil analisis learning obstacle mahasiswa. Dosen perlu merancang situasi pembelajaran yang memungkinkan mahasiswa membandingkan berbagai bentuk relasi rekursif, mengevaluasi kesesuaian metode penyelesaian, dan mengemukakan justifikasi matematis secara eksplisit. Pada penelitian lanjutan, prinsip Case Method dapat diintegrasikan dalam kerangka DDR untuk merancang kasus-kasus matematis yang berfungsi sebagai situasi adidaktik, sehingga mahasiswa terdorong untuk membangun pemahaman konseptual secara mandiri namun terarah.

D. Kesimpulan

Penelitian ini mengidentifikasi adanya learning obstacle mahasiswa pada materi relasi rekursif dalam perkuliahan Matematika Diskrit, khususnya yang bersifat epistemologis dan ontogenik. Mahasiswa cenderung menggunakan pengetahuan matematika secara tidak tepat serta mengalami kesulitan dalam memberikan justifikasi konseptual terhadap jawaban yang diberikan. Temuan ini menunjukkan bahwa hambatan belajar tidak semata-mata bersumber dari kemampuan individu, melainkan berkaitan erat dengan situasi didaktis yang membingkai proses pembelajaran.

Dalam kerangka Didactical Design Research (DDR), hasil studi pendahuluan ini menjadi landasan penting bagi pengembangan desain didaktis yang lebih bermakna. Penelitian lanjutan direkomendasikan untuk merancang situasi pembelajaran yang dibangun berdasarkan learning obstacle mahasiswa, dengan mengintegrasikan prinsip Case Method secara konseptual, guna mendorong penalaran, pengambilan keputusan matematis, dan pemahaman konseptual yang lebih mendalam.

Daftar Pustaka

- Artigue, M. (1994). Didactical engineering as a framework for the conception of teaching products. In R. Biehler, R. W. Scholz, R. Sträßer, & B. Winkelmann (Eds.), *Didactics of mathematics as a scientific discipline* (pp. 27–39). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Boaler, J. (1998). Open and closed mathematics: Student experiences and understandings. *Journal for Research in Mathematics Education*, 29(1), 41–62. <https://doi.org/10.2307/749717>
- Brousseau, G. (1997). *Theory of didactical situations in mathematics: Didactique des mathématiques, 1970–1990*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Creswell, J. W. (2014). *Research Design: Pendekatan, Kualitatif, Kuantitatif, dan Mixed*. Yogyakarta: Pustaka pelajar.
- Dunn, W.N. (2003)
- Dubinsky, E., & Tall, D. (1991). Advanced mathematical thinking and the computer. *Educational Studies in Mathematics*, 22(3), 195–207. <https://doi.org/10.1007/BF00302745>
- Garvin, D. A. (2003). *Making the case: Professional education for the world of practice*. Boston, MA: Harvard Business School Press.
- Grimaldi, Ralph P. (2003). *Discrete and Combinatorial Mathematics An Applied Introduction FIFTH EDITION*. United States of America: Pearson Education
- Hidayat, W., & Suryadi, D. (2016). Didactical design research on students' learning obstacles in mathematics. *Infinity Journal*, 5(2), 117–128. <https://doi.org/10.22460/infinity.v5i2.p117-128>

- Miles, M.B, Huberman, A.M, & Saldana, J. (2014). *Qualitative Data Analysis, A. Methods Sourcebook*, Edition 3. USA: Sage Publications.
- Nurmitasari, M., & Astuti, P. (2019). Analisis kesalahan mahasiswa dalam menyelesaikan soal fungsi pembangkit. *Jurnal Pendidikan Matematika*, 13(2), 145–156. (Catatan: pastikan penyesuaian volume/halaman sesuai versi jurnal yang Anda akses)
- Rasmussen, C., & Marrongelle, K. (2006). Pedagogical content tools: Integrating student reasoning and mathematics in instruction. *Journal for Research in Mathematics Education*, 37(5), 388–420. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.37.5.0388>
- Suryadi, D. (2010). *Didactical design research (DDR) dalam pengembangan pembelajaran matematika*. Bandung: Universitas Pendidikan Indonesia.
- Tall, D. (2004). Thinking through three worlds of mathematics. In M. J. Høines & A. B. Fuglestad (Eds.), *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 4, pp. 281–288). Bergen, Norway: PME.
- Weber, K. (2004). Traditional instruction in advanced mathematics courses: A case study of one professor's lectures and proofs in an introductory real analysis course. *Journal of Mathematical Behavior*, 23(2), 115–133. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2004.03.001>