

Analisis Pemilihan Model Tren Linear, Kuadratik, dan Kubik untuk Peramalan Jumlah Penduduk Miskin di Provinsi Sulawesi Tengah

Desak Made Ristia Kartika¹, Sitti Masyitah Meliyana², Putu Kartika Dewi³

Politeknik Negeri Balikpapan¹, Universitas Negeri Makassar², Universitas Pendidikan Ganesha³

desak.made@poltekba.ac.id¹, sittimasyitahmr@unm.ac.id², kartika.dewi@undiksha.ac.id³

Corresponding Author: Desak Made Ristia Kartika, E-mail: desak.made@poltekba.ac.id

ABSTRACT

Central Sulawesi experiences fluctuating poverty levels despite various government programs, making accurate forecasting essential for data-driven policies. This study aims to model and forecast the number of poor people in Central Sulawesi by comparing linear, non-linear quadratic, and non-linear cubic trend regression models based on data from Badan Pusat Statistik (BPS) 2002–2025. Initially, these three models were evaluated using the Ordinary Least Squares (OLS) method, where the quadratic and cubic models yielded relatively similar R^2 values of 80.65% and 80.76%, respectively. However, rigorous diagnostic tests revealed that the residual independence assumption under OLS was severely violated across all models due to time-series dependencies. To resolve this issue, the Generalized Least Squares (GLS) method was employed to account for underlying autocorrelation structures. The linear GLS model ($\hat{Y} = 552.6687 - 8.3413t$) significantly outperformed both the quadratic and cubic GLS variants; it was the only model that fully satisfied the normality and autocorrelation-free (white noise) assumptions while maintaining a high predictive accuracy with a MAPE of 5.484%. Projections using this optimal linear model indicate a stable, continuous downward trend, predicting the poor population to decrease to 344.17 thousand in 2026 ($t = 25$) and eventually reach its lowest historical point of 227.41 thousand by 2040 ($t = 39$).

KEYWORDS

poverty, non-linear, quadratic, cubic, forecasting

ARTICLE DOI:

<https://doi.org/10.53696/venn.v5i4.473>

A. Pendahuluan

Fenomena yang kompleks, bersifat multidimensional dan tidak dapat dengan mudah dilihat dari suatu nilai absolut disebut sebagai kemiskinan (Fahmi, 2021). Umumnya, kemiskinan diartikan sebagai suatu kondisi Dimana seseorang atau kelompok orang tidak memiliki kemampuan dalam pemenuhan hak atau kebutuhan dasarnya untuk pertahanan dan perkembangan hidup yang bermartabat (Badan Pusat Statistik, 2011).

Indonesia sebagai bagian dari anggota PBB memiliki komitmen untuk mengatasi permasalahan seiring dengan deklarasi SDGs. Hal ini berarti bahwa Indonesia juga dituntut untuk dapat mencapai target-target yang telah ditetapkan dalam deklarasi PBB tersebut termasuk pengentasan kemiskinan (Ishartono & Raharjo, 2016). Tantangan dalam upaya pengurangan kemiskinan semakin besar karena laju penurunan tingkat kemiskinan cenderung melambat dalam beberapa tahun terakhir. Pada tahun 2008–2015, tingkat kemiskinan mengalami penurunan rata-rata sebesar 0,8% per tahun, sedangkan pada periode 2015–2019 laju penurunannya menurun menjadi sekitar 0,31% per tahun (Nugroho, Amir, Maududy, & Marlina, 2021).

Peramalan (*forecasting*) merupakan suatu metode untuk memperkirakan kejadian atau kondisi yang akan datang dengan memanfaatkan data masa lalu serta memproyeksikannya ke periode mendatang melalui penggunaan model matematis tertentu (Nasution, 2019 dan Herlambang & Sugianto, 2021). Sementara itu, data deret waktu merupakan kumpulan data pengamatan yang dicatat secara berurutan dalam selang waktu yang sama. Jenis data ini banyak ditemui dalam kehidupan sehari-hari karena pengumpulannya dilakukan secara periodik, misalnya setiap hari, minggu, atau bulan (Wahyu & Hendrik, 2023).

Beragam persoalan telah memanfaatkan model tren non linear kuadratik untuk menyelesaikan berbagai studi sebelumnya. [Hidayat & Anshari \(2025\)](#) menerapkan model tren non-linear kuadratik untuk melakukan estimasi dan peramalan jumlah penduduk miskin di Sulawesi Selatan. Sementara itu, [Mangiri, Aidid, & Ikhwana \(2025\)](#) juga menerapkan model serupa untuk melakukan peramalan jumlah penduduk miskin di Provinsi Sulawesi Selatan Tahun 2018-2025. Model tren yang sama juga digunakan [Afriady, Kusumastuti, & Lestari \(2021\)](#) hasilnya metode parabola kuadrat dinilai paling sesuai untuk digunakan dalam peramalan penjualan karena menghasilkan nilai penyimpangan yang paling kecil dibandingkan dengan metode lainnya, sehingga metode tersebut dianggap tepat diterapkan pada *Adorable Projects*. Selain itu, [Septianti & Dahtiah \(2021\)](#) metode yang dinilai paling sesuai untuk diterapkan pada *LAF Project* adalah metode kuadratik (parabolik).

Beberapa riset telah dilakukan dengan memanfaatkan model tren non linear kubik dalam berbagai permasalahan. Seperti yang dilakukan [Dilla & Al-Idrus \(2023\)](#) untuk memprediksi jumlah angkatan kerja di Kota Medan dengan menggunakan metode Tren Nonlinier Kubik. Sementara itu, [Hermanto & Rizqika \(2019\)](#) hasil penelitian menunjukkan bahwa metode yang paling sesuai untuk memprediksi permintaan minyak solar pada tahun 2019 adalah metode regresi kubik.

Urgensi mengenai akurasi dan validitas peramalan ini menjadi sangat krusial saat diterapkan pada sektor sosial ekonomi di Provinsi Sulawesi Tengah. Berdasarkan data Badan Pusat Statistik (BPS), jumlah penduduk miskin di wilayah ini dalam dua dekade terakhir menunjukkan pergerakan yang dinamis dan fluktuatif (tabel 1). Pada tahun 2002, jumlah penduduk miskin di Sulawesi Tengah tercatat masih sangat tinggi, yaitu sebesar 564,6 ribu jiwa. Meskipun secara umum terdapat tren penurunan hingga mencapai 356,19 ribu jiwa pada tahun 2025, adanya fluktuasi jangka pendek di beberapa periode memicu permasalahan mengenai pola penurunan tersebut bergerak secara linear atau justru mengikuti pola non-linear.

Berdasarkan latar belakang tersebut, penelitian ini dilakukan untuk melakukan analisis dan perbandingan antara model tren linear, non-linear kuadratik, serta non-linear kubik untuk peramalan jumlah penduduk miskin di Provinsi Sulawesi Tengah. Penelitian ini bertujuan untuk memodelkan dan meramalkan jumlah penduduk miskin di Provinsi Sulawesi Tengah berdasarkan data tahun 2002–2025, serta menentukan model tren terbaik yang tidak hanya memiliki akurasi prediksi tinggi, melainkan juga memenuhi seluruh uji asumsi diagnostik sisaan untuk mengantisipasi gangguan autokorelasi yang umum terjadi pada data deret waktu.

B. Metodologi

Penelitian ini menggunakan pendekatan kuantitatif dimana pendekatan penelitian dengan analisis yang menekankan pada data yang diolah dengan metode statistika. Berikut ini metode analisis data yang dilakukan dalam penelitian ini:

- 1) Mengumpulkan data sekunder dari Badan Pusat Statistik yakni data jumlah penduduk miskin Provinsi Sulawesi Tengah tahun 2002-2025.
- 2) Melakukan analisis deskriptif untuk memperoleh gambaran awal yang berkenaan dengan karakteristik data jumlah penduduk miskin berdasarkan jumlah dalam ribu jiwa dan relatif yakni persentase terhadap total penduduk. Nilai mean, simpangan baku/standar deviasi, nilai terkecil (minimal), dan nilai terbesar (maksimal) merupakan bagian dari analisis deskriptif yang menggambarkan variabel yang digunakan.
- 3) Mengecek linearitas untuk melihat sebaran data mengikuti sebaran linear, kuadratik, atau kubik. Hal ini dilakukan dengan melihat plot sebaran antara data dan waktu. Selain itu, dilakukan juga pencarian nilai koefisien determinasi (R^2) lalu dibandingkan hasilnya.
- 4) Menghitung estimasi parameter model untuk melihat nilai parameter sehingga diperoleh konstanta dan koefisien yang membentuk model. Estimasi parameter model dalam penelitian ini

akan dilakukan dalam dua cara yakni dengan menggunakan inverse matriks yang dapat dihitung menggunakan ms excel dan secara komputasi dengan regresi antara data jumlah penduduk miskin terhadap waktu dan waktu kuadrat serta sintaks model kubik dengan menggunakan *software* R Studio.

- 5) Melakukan pengujian asumsi model regresi untuk memastikan kelayakan model yang digunakan. Pengujian dilakukan terhadap residual model yang meliputi uji normalitas residual menggunakan uji Shapiro-Wilk, uji independensi residual menggunakan statistik Durbin-Watson, serta pemeriksaan homoskedastisitas melalui analisis plot residual. Hasil pengujian ini digunakan untuk memastikan bahwa model memenuhi asumsi dasar regresi sebelum digunakan dalam evaluasi dan peramalan.
- 6) Mengevaluasi ketepatan model untuk melihat besarnya kesalahan dugaan antara nilai peramalan dan nilai aktual.
- 7) Melakukan peramalan dengan menggunakan model yang didapatkan dan mengganti nilai waktu kedalam model untuk mendapatkan nilai peramalan.

C. Hasil Penelitian dan Pembahasan

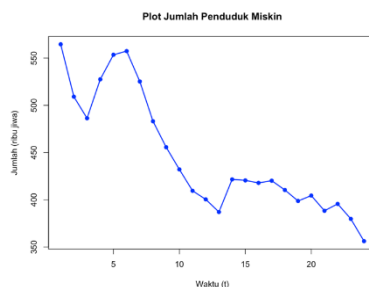
1. Analisis Deskriptif

Salah satu tujuan bangsa Indonesia adalah terkait kesejahteraan sebagaimana yang tertuang dalam pembukaan UUD 1945. Namun, data yang ditunjukkan oleh Badan Pusat Statistik untuk jumlah penduduk miskin di Provinsi Sulawesi Tengah tahun 2002-2025 menjadi gambaran bahwa jumlah penduduk miskin fluktuatif seperti yang disajikan pada Tabel 1 dan Gambar 1.

Tabel 1. Penduduk Miskin di Provinsi Sulawesi Tengah

Tahun	Waktu (t)	Jumlah Penduduk Miskin (ribu jiwa) (Y)	Persentase Penduduk Miskin	Tahun	Waktu (t)	Jumlah Penduduk Miskin (ribu jiwa) (Y)	Persentase Penduduk Miskin
2002	1	564,6	24,88	2014	13	387,06	13,61
2003	2	509,1	23,03	2015	14	421,63	14,66
2004	3	486,3	21,69	2016	15	420,52	14,45
2005	4	527,5	21,8	2017	16	417,87	14,14
2006	5	553,5	23,63	2018	17	420,21	14,01
2007	6	557,4	22,42	2019	18	410,36	13,48
2008	7	525,2	20,61	2020	19	398,73	12,92
2009	8	483,1	18,61	2021	20	404,44	13
2010	9	455,6	17,24	2022	21	388,36	12,33
2011	10	432,1	15,83	2023	22	395,66	12,41
2012	11	409,5	14,94	2024	23	379,76	11,77
2013	12	400,4	14,32	2025	24	356,19	10,92

Sebelum dilakukan pemodelan tren, terlebih dahulu dilakukan visualisasi data dalam bentuk plot sebaran. Plot sebaran digunakan untuk melihat pola perkembangan jumlah penduduk miskin di Provinsi Sulawesi Tengah selama periode 2002–2025. Melalui grafik tersebut dapat diamati kecenderungan perubahan data dari waktu ke waktu, apakah membentuk pola linear atau non linear. Selain itu, visualisasi data juga membantu dalam mengidentifikasi adanya kenaikan, penurunan, maupun fluktuasi jumlah penduduk miskin pada periode tertentu. Hasil plot sebaran ini selanjutnya menjadi dasar dalam pemilihan model tren yang sesuai untuk proses peramalan. Sebaran data dapat dilihat pada Gambar 1.



Gambar 1. Sebaran Data

Berdasarkan Gambar 1 plot jumlah penduduk miskin di Provinsi Sulawesi Tengah periode 2002–2025, terlihat bahwa data mengalami pola fluktuatif namun secara umum menunjukkan kecenderungan menurun dari waktu ke waktu. Pada awal periode pengamatan, jumlah penduduk miskin berada pada tingkat yang cukup tinggi, yaitu di atas 550 ribu jiwa, kemudian mengalami penurunan pada beberapa tahun berikutnya. Meskipun demikian, sempat terjadi peningkatan kembali pada sekitar periode ke-5 hingga ke-6 sebelum kembali menurun secara bertahap. Mulai pertengahan periode pengamatan, penurunan jumlah penduduk miskin terlihat lebih stabil meskipun masih terdapat sedikit kenaikan pada beberapa titik, seperti sekitar periode ke-14 hingga ke-17 dan periode ke-20 hingga ke-22. Pada akhir periode pengamatan, jumlah penduduk miskin kembali mengalami penurunan hingga mencapai nilai terendah sekitar 356 ribu jiwa pada tahun 2025. Penyebaran data dapat dilihat menggunakan analisis deskriptif pada Tabel 2.

Tabel 2. Deskriptif Data Penduduk Miskin (ribu jiwa)

Statistika Deskriptif	Banyaknya Penduduk Miskin	Persentase Penduduk Miskin
Mean	446,05	16,53
Standar Deviasi	63,02	4,34
Minimum	356,19	10,92
Maksimum	564,60	24,88

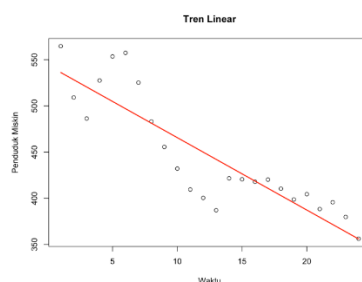
Statistika deskriptif yang ditunjukkan pada Tabel 2, diketahui mean atau rata-rata jumlah penduduk miskin dari tahun 2002 sampai 2025 adalah 446.050 jiwa dengan persentase 16,53%. Adapun, standar deviasi atau rentang antara sebaran data dan rata-rata diperoleh sebesar 63,02 yang artinya semakin kecil standar deviasi maka semakin mendekati nilai mean. Jumlah penduduk miskin pada tahun 2002 sampai 2025 mencapai nilai tertinggi pada tahun 2002 yaitu sebanyak 564.600 jiwa dan nilai terendah pada tahun 2025 sebanyak 356.190 jiwa.

2. Mengecek Linearitas

Melakukan deteksi linearitas untuk melihat pola sebaran data. Cara yang digunakan untuk mengecek linearitas dengan melihat plot atau nilai koefisien determinasi (R^2).

a. Metode Linear

Metode linear data yang diplotkan mengacu garis lurus. Data yang sudah diplotkan terlihat pada Gambar 2.

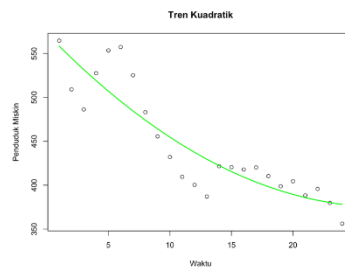


Gambar 2. Plot Metode Linear

Berdasarkan Gambar 2 grafik tren linear jumlah penduduk miskin di Provinsi Sulawesi Tengah periode 2002–2025, terlihat bahwa garis tren memiliki arah menurun dari kiri atas ke kanan bawah. Hal ini menunjukkan adanya kecenderungan penurunan jumlah penduduk miskin dari waktu ke waktu. Secara umum, semakin bertambah periode pengamatan, jumlah penduduk miskin cenderung mengalami penurunan.

b. Metode Kuadratik

Metode kuadratik termasuk metode non linear dimana data yang diplotkan mengacu pada garis yang cenderung seperti parabola. Data yang sudah diplotkan dengan pendekatan kuadratik dapat dilihat pada gambar 3.

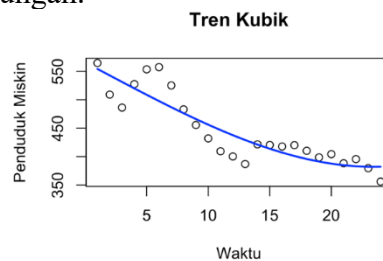


Gambar 3. Plot Metode Kuadratik

Berdasarkan Gambar 3 tren kuadratik jumlah penduduk miskin di Provinsi Sulawesi Tengah periode 2002–2025, terlihat bahwa kurva tren membentuk pola non linear yang melengkung ke bawah. Pola tersebut menunjukkan bahwa jumlah penduduk miskin mengalami penurunan yang cukup tajam pada awal periode pengamatan, kemudian laju penurunannya cenderung melambat pada periode selanjutnya.

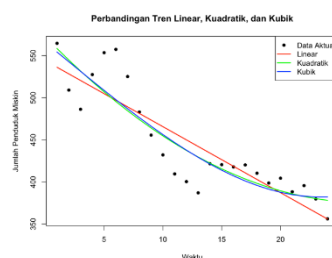
c. Metode Kubik

Model kubik mengacu pada kurva kubik atau kurva berbentuk S (sigmoid sederhana) karena memiliki lebih dari satu perubahan kelengkungan.



Gambar 4. Plot Metode Kubik

Berdasarkan Gambar 4 grafik tren kubik jumlah penduduk miskin di Provinsi Sulawesi Tengah periode 2002–2025, terlihat bahwa kurva tren membentuk pola non linear yang lebih fleksibel dibandingkan model linear maupun kuadratik. Kurva kubik menunjukkan adanya perubahan kelengkungan yang mampu mengikuti pola fluktuasi data dengan lebih baik.



Gambar 5. Plot Gabungan

Berdasarkan Gambar 5 perbandingan tren linear, kuadratik, dan kubik terhadap jumlah penduduk miskin di Provinsi Sulawesi Tengah periode 2002–2025, terlihat bahwa seluruh model menunjukkan kecenderungan penurunan jumlah penduduk miskin dari waktu ke waktu. Namun, masing-masing model memiliki kemampuan yang berbeda dalam mengikuti pola data aktual. Secara visual, model kuadratik dan kubik terlihat lebih mendekati data aktual dibandingkan model linear.

Tabel 3. Deteksi Linearitas

Metode	Nilai R^2
Linear	0,7732
Kuadratik	0,8065
Kubik	0,8076

Berdasarkan hasil koefisien determinasi (R^2), ketiga model memiliki kemampuan yang cukup baik dalam menjelaskan variasi jumlah penduduk miskin di Provinsi Sulawesi Tengah. Namun, terdapat perbedaan tingkat kecocokan antar model.

Model linear memiliki nilai $R^2 = 0,7732$, yang berarti sekitar 77,32% variasi jumlah penduduk miskin dapat dijelaskan oleh model linear, sedangkan sisanya sebesar 22,68% dipengaruhi oleh faktor lain di luar model. Nilai ini menunjukkan bahwa model linear cukup baik, tetapi masih kurang mampu mengikuti pola data yang fluktuatif.

Model kuadratik memiliki nilai $R^2 = 0,8065$, yang berarti sekitar 80,65% variasi data dapat dijelaskan oleh model kuadratik. Nilai tersebut lebih tinggi dibandingkan model linear, sehingga menunjukkan bahwa model kuadratik lebih mampu menggambarkan pola perubahan jumlah penduduk miskin yang bersifat non linear.

Sementara itu, model kubik memperoleh nilai $R^2 = 0,8076$, yang merupakan nilai tertinggi di antara ketiga model. Hal ini menunjukkan bahwa model kubik mampu menjelaskan sekitar 80,76% variasi data jumlah penduduk miskin. Dengan demikian, model kubik memiliki tingkat kecocokan paling baik terhadap data aktual karena lebih fleksibel dalam mengikuti pola fluktuasi data.

Berdasarkan nilai koefisien determinasi (R^2), model kubik memiliki kemampuan terbaik dalam menjelaskan variasi data jumlah penduduk miskin karena memperoleh nilai R^2 tertinggi dibandingkan model linear dan kuadratik, meskipun selisihnya dengan model kuadratik relatif kecil. Namun, dalam menentukan model peramalan terbaik tidak hanya dilihat dari nilai R^2 , tetapi juga dari tingkat kesalahan peramalan.

3. Menyusun Model

a. Menyusun Model Linear

Model linear digunakan sebagai pendekatan awal untuk mengidentifikasi hubungan proporsional antara waktu observasi dan jumlah penduduk miskin. Model linear dinyatakan secara matematis sebagai berikut:

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_t + \epsilon_t \quad (1)$$

Dimana:

Y_t = jumlah penduduk miskin

X_t = variable waktu dalam satuan

β_0 = intercept

β_1 = koefisien X_t

ϵ_t = error term yang diasumsikan berdistribusi normal dengan mean nol dan varians konstan.

Adapun rumus untuk mendapatkan nilai β_0 dan β_1 :

$$\beta_0 = \frac{(\sum y)(\sum x^2) - (\sum x)(\sum xy)}{n(\sum x^2) - (\sum x)^2} \quad (2)$$

$$\beta_1 = \frac{n(\sum xy) - (\sum x)(\sum y)}{n(\sum x^2) - (\sum x)^2} \quad (3)$$

Selanjutnya, proses perhitungan dilakukan menggunakan *software R Studio* dengan hasil sebagai berikut:

TABEL 4. *Output* Regresi Linear

	Estimasi	Std. Error	Nilai t	P-value
Intercept	544,002	12,931	42,07	<2e-16
Waktu	-7,837	0,905	-8,66	1,55 × 10 ⁻⁸

Berdasarkan Tabel 4, diperoleh model regresi linear sebagai berikut:

$$\hat{Y} = 544,002 - 7,837t \quad (4)$$

dengan $\hat{Y}$ merupakan jumlah penduduk miskin (ribu jiwa) dan t merupakan waktu.

Hasil estimasi model regresi linear menunjukkan bahwa variabel waktu memiliki koefisien sebesar -7,837 dengan nilai p-value $1,55 \times 10^{-8}$ ($< 0,05$). Hasil ini menunjukkan bahwa waktu berpengaruh signifikan terhadap jumlah penduduk miskin di Provinsi Sulawesi Tengah. Koefisien negatif mengindikasikan adanya tren penurunan jumlah penduduk miskin selama periode pengamatan, di mana setiap penambahan satu tahun diperkirakan menurunkan jumlah penduduk miskin sebesar 7,837 ribu jiwa. Dengan demikian, model regresi linear mampu menggambarkan kecenderungan penurunan kemiskinan yang terjadi dalam jangka panjang pada wilayah penelitian.

b. Menyusun Model Metode Kuadratik

Estimasi parameter model dengan metode matriks

Persamaan yang dibentuk:

$$a \cdot n + b \sum_{i=1}^n t_i + c \sum_{i=1}^n t_i^2 = \sum_{i=1}^n Y_i \quad (5)$$

$$a \sum_{i=1}^n t_i + b \sum_{i=1}^n t_i^2 + c \sum_{i=1}^n t_i^3 = \sum_{i=1}^n Y_i t_i \quad (6)$$

$$a \sum_{i=1}^n t_i^2 + b \sum_{i=1}^n t_i^3 + c \sum_{i=1}^n t_i^4 = \sum_{i=1}^n Y_i (t_i^2) \quad (7)$$

Persamaan (1), (2), dan (3) di atas dapat dibentuk ke dalam matriks berikut ini:

$$\begin{pmatrix} n & \sum_{i=1}^n t_i & \sum_{i=1}^n t_i^2 \\ \sum_{i=1}^n t_i & \sum_{i=1}^n t_i^2 & \sum_{i=1}^n t_i^3 \\ \sum_{i=1}^n t_i^2 & \sum_{i=1}^n t_i^3 & \sum_{i=1}^n t_i^4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^n Y_i \\ \sum_{i=1}^n Y_i t_i \\ \sum_{i=1}^n Y_i (t_i^2) \end{pmatrix} \quad (8)$$

$$P \cdot Q = Z \quad (9)$$

Dimana:

P = matriks jumlah amatan dan waktu ordo 3×3

Q = matriks koefisien ordo 3×1

Z = matriks data aktual ordo 3×1

Selanjutnya, untuk mendapatkan nilai a , b , dan c dapat dilakukan dengan invers matriks.

Kalikan kedua ruas pada persamaan (5) dengan P^{-1} , diperoleh:

$$P^{-1} \cdot P \cdot Q = P^{-1} \cdot Z$$

$$I \cdot Q = P^{-1} \cdot Z$$

$$Q = P^{-1} \cdot Z$$

$$(10)$$

Berikut tabulasi data yang digunakan.

TABEL 5. Data dengan Metode Matriks

No.	Y	t	t ²	t ³	t ⁴	Yt	Y(t ²)
1	564,6	1	1	1	1	564,6	564,6
2	509,1	2	4	8	16	1018,2	2036,4
3	486,3	3	9	27	81	1458,9	4376,7
4	527,5	4	16	64	256	2110	8440
5	553,5	5	25	125	625	2767,5	13837,5
6	557,4	6	36	216	1296	3344,4	20066,4
7	525,2	7	49	343	2401	3676,4	25734,8
8	483,1	8	64	512	4096	3864,8	30918,4
9	455,6	9	81	729	6561	4100,4	36903,6
10	432,1	10	100	1000	10000	4321	43210
11	409,5	11	121	1331	14641	4504,5	49549,5
12	400,4	12	144	1728	20736	4804,8	57657,6
13	387,06	13	169	2197	28561	5031,78	65413,14
14	421,63	14	196	2744	38416	5902,82	82639,48
15	420,52	15	225	3375	50625	6307,8	94617
16	417,87	16	256	4096	65536	6685,92	106974,72
17	420,21	17	289	4913	83521	7143,57	121440,69
18	410,36	18	324	5832	104976	7386,48	132956,64
19	398,73	19	361	6859	130321	7575,87	143941,53
20	404,44	20	400	8000	160000	8088,8	161776
21	388,36	21	441	9261	194481	8155,56	171266,76
22	395,66	22	484	10648	234256	8704,52	191499,44
23	379,76	23	529	12167	279841	8734,48	200893,04
24	356,19	24	576	13824	331776	8548,56	205165,44
Σ	10.705,09	300	4.900	90.000	1.763.020	124.801,66	1.971.879,38

Dari persamaan (6) dan hasil table 5 di atas dapat dituliskan:

$$\begin{pmatrix} 24 & 300 & 4.900 \\ 300 & 4.900 & 90.000 \\ 4.900 & 90.000 & 1.763.020 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10.705,09 \\ 124.801,66 \\ 1.971.879,38 \end{pmatrix} \quad (11)$$

Dimana: $P = \begin{pmatrix} 24 & 300 & 4.900 \\ 300 & 4.900 & 90.000 \\ 4.900 & 90.000 & 1.763.020 \end{pmatrix}$

Selanjutnya mencari P^{-1} dapat digunakan ms excel dengan memasukkan matriks dan menggunakan formula minvers, hasilnya:

$$P^{-1} = \begin{pmatrix} 0,44515810 & -0,07262846 & 0,00247036 \\ -0,07262846 & 0,01512162 & -0,00057008 \\ 0,00247036 & -0,00057008 & 0,00002280 \end{pmatrix}$$

Langkah berikutnya untuk mendapatkan matriks Q dengan cara mengalikan P^{-1} dan Z

$$Q = \begin{pmatrix} 0,44515810 & -0,07262846 & 0,00247036 \\ -0,07262846 & 0,01512162 & -0,00057008 \\ 0,00247036 & -0,00057008 & 0,00002280 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 10.705,09 \\ 124.801,66 \\ 1.971.879,38 \end{pmatrix}$$

$$Q = \begin{pmatrix} 572,5489 \\ -14,4243 \\ 0,2635 \end{pmatrix}$$

Dari hasil perhitungan di atas diperoleh nilai a sebesar 572,5498; nilai b sebesar -14,4243; dan nilai c sebesar 0,2635. Selanjutnya, estimasi parameter model dengan menggunakan metode regresi

TABEL 6. Output Regresi

	Estimasi	Std. Error	Nilai t	P-value
Intercept	572,5489	19,3561	29,580	<2e-16
Waktu	-14,4243	3,5675	-4,043	0,000586
Waktu ²	0,2635	0,1385	1,902	0,070957

Berdasarkan Tabel 6 hasil estimasi parameter model tren kuadrat, diperoleh bahwa koefisien waktu (t) memiliki nilai p -value sebesar 0,000586 yang lebih kecil dari taraf signifikansi 5%, sehingga dapat disimpulkan bahwa variabel waktu berpengaruh signifikan terhadap perubahan jumlah penduduk miskin. Sementara itu, koefisien waktu kuadrat (t^2) memiliki nilai p -value sebesar 0,070957 yang lebih besar dari 0,05, sehingga secara statistik tidak signifikan pada taraf signifikansi 5%. Hasil ini menunjukkan bahwa bukti adanya pengaruh komponen kuadrat terhadap jumlah penduduk miskin relatif lebih lemah dibandingkan komponen linier waktu.

Tabel 6 menampilkan *output* regresi antara data dengan waktu dan waktu kuadrat. Diperoleh bahwa nilai masing-masing koefisien secara berurutan untuk a, b, dan c adalah 572,5489; -14,4243; dan 0,2635. Nilai-nilai koefisien ini digunakan untuk membentuk model kuadrat. Hasil estimasi parameter model yang dihitung secara manual dengan metode invers matriks dan penyelesaian metode regresi dengan menggunakan komputasi pada *software* R Studio memberikan hasil persamaan sebagai berikut:

$$\hat{Y} = 572,55 - 14,42t + 0,26t^2 \quad (12)$$

c. Menyusun Model Metode Kubik

Model tren kubik berbentuk:

$$Y = a + bt + ct^2 + dt^3 \quad (13)$$

Dengan:

Y = jumlah penduduk miskin

t = waktu

a, b, c, d = parameter model

Berikut persamaan normal metode kubik:

$$na + b \sum_{i=1}^n t_i + c \sum_{i=1}^n t_i^2 + d \sum_{i=1}^n t_i^3 = \sum_{i=1}^n Y \quad (14)$$

$$a \sum_{i=1}^n t_i + b \sum_{i=1}^n t_i^2 + c \sum_{i=1}^n t_i^3 + d \sum_{i=1}^n t_i^4 = \sum_{i=1}^n Y_i \cdot t_i \quad (15)$$

$$a \sum_{i=1}^n t_i^2 + b \sum_{i=1}^n t_i^3 + c \sum_{i=1}^n t_i^4 + d \sum_{i=1}^n t_i^5 = \sum_{i=1}^n Y_i \cdot t_i^2 \quad (16)$$

$$a \sum_{i=1}^n t_i^3 + b \sum_{i=1}^n t_i^4 + c \sum_{i=1}^n t_i^5 + d \sum_{i=1}^n t_i^6 = \sum_{i=1}^n Y_i \cdot t_i^3 \quad (17)$$

Persamaan (9), (10), (11), dan (12) di atas dapat dibentuk ke dalam matriks berikut ini:

$$\begin{pmatrix} n & \sum_{i=1}^n t_i & \sum_{i=1}^n t_i^2 & \sum_{i=1}^n t_i^3 \\ \sum_{i=1}^n t_i & \sum_{i=1}^n t_i^2 & \sum_{i=1}^n t_i^3 & \sum_{i=1}^n t_i^4 \\ \sum_{i=1}^n t_i^2 & \sum_{i=1}^n t_i^3 & \sum_{i=1}^n t_i^4 & \sum_{i=1}^n t_i^5 \\ \sum_{i=1}^n t_i^3 & \sum_{i=1}^n t_i^4 & \sum_{i=1}^n t_i^5 & \sum_{i=1}^n t_i^6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^n Y \\ \sum_{i=1}^n Y_i \cdot t_i \\ \sum_{i=1}^n Y_i \cdot t_i^2 \\ \sum_{i=1}^n Y_i \cdot t_i^3 \end{pmatrix} \quad (18)$$

$$T \cdot U = Y \quad (19)$$

Dimana:

T = matriks jumlah amatan dan waktu ordo 4×4

U = matriks koefisien ordo 4×1

Y = matriks data aktual ordo 4×1

Selanjutnya, untuk mendapatkan nilai a, b, c, dan d dapat dilakukan dengan invers matriks.

Kalikan kedua ruas pada persamaan (14) dengan T^{-1} , diperoleh:

$$T^{-1} \cdot T \cdot U = T^{-1} \cdot Y$$

$$I \cdot U = T^{-1} \cdot Y$$

$$U = T^{-1} \cdot Y \quad (20)$$

Berdasarkan persamaan (10), (11), (12), dan (13) serta tabel 5, dilanjutkan dengan tabel 7 di bawah ini.

Tabel 7. Data yang Diperlukan dalam Membentuk Model Kubik

No	Y	t	t ⁵	t ⁶	Yt	Yt ²	Yt ³
1	564,6	1	1	1	564,6	564,6	564,6
2	509,1	2	32	64	1018,2	2036,4	4072,8
3	486,3	3	243	729	1458,9	4376,7	13130,1
4	527,5	4	1024	4096	2110	8440	33760
5	553,5	5	3125	15625	2767,5	13837,5	69187,5
6	557,4	6	7776	46656	3344,4	20066,4	120398,4
7	525,2	7	16807	117649	3676,4	25734,8	180143,6
8	483,1	8	32768	262144	3864,8	30918,4	247347,2
9	455,6	9	59049	531441	4100,4	36903,6	332132,4
10	432,1	10	100000	1000000	4321	43210	432100
11	409,5	11	161051	1771561	4504,5	49549,5	545044,5
12	400,4	12	248832	2985984	4804,8	57657,6	691891,2
13	387,06	13	371293	4826809	5031,78	65413,14	850370,82
14	421,63	14	537824	7529536	5902,82	82639,48	1156952,72
15	420,52	15	759375	11390625	6307,8	94617	1419255
16	417,87	16	1048576	16777216	6685,92	106974,72	1711595,52
17	420,21	17	1419857	24137569	7143,57	121440,69	2064491,73
18	410,36	18	1889568	34012224	7386,48	132956,64	2393219,52
19	398,73	19	2476099	47045881	7575,87	143941,53	2734889,07
20	404,44	20	3200000	64000000	8088,8	161776	3235520
21	388,36	21	4084101	85766121	8155,56	171266,76	3596601,96
22	395,66	22	5153632	113379904	8704,52	191499,44	4212987,68
23	379,76	23	6436343	148035889	8734,48	200893,04	4620539,92
24	356,19	24	7962624	191102976	8548,56	205165,44	4923970,56
Σ	10.705,09	300	35.970.000	754.740.700	124.801,66	1.971.879,38	35.590.166,80

Menggunakan persamaan (10), (11), (12), dan (13) serta tabel 5 dan 7 diperoleh:

$$24a + 300b + 4.900c + 90.000d = 10.705,09 \quad (21)$$

$$300a + 4.900b + 90.000c + 1.763.020d = 124.801,66 \quad (22)$$

$$4.900a + 90.000b + 1.763.020c + 35.970.000d = 1.971.879,38 \quad (23)$$

$$90.000a + 1.763.020b + 35.970.000c + 754.740.700d = 35.590.166,80 \quad (24)$$

Berdasarkan persamaan (17), (18), (19), dan (20) dapat dinyatakan dalam matriks sebagai berikut:

$$\begin{pmatrix} 24 & 300 & 4.900 & 90.000 \\ 300 & 4.900 & 90.000 & 1.763.020 \\ 4.900 & 90.000 & 1.763.020 & 35.970.000 \\ 90.000 & 1.763.020 & 35.970.000 & 754.740.700 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10.705,09 \\ 124.801,66 \\ 1.971.879,38 \\ 35.590.166,80 \end{pmatrix}$$

Dimana $T = \begin{pmatrix} 24 & 300 & 4.900 & 90.000 \\ 300 & 4.900 & 90.000 & 1.763.020 \\ 4.900 & 90.000 & 1.763.020 & 35.970.000 \\ 90.000 & 1.763.020 & 35.970.000 & 754.740.700 \end{pmatrix}$

Selanjutnya mencari T^{-1} dapat digunakan ms excel dengan memasukkan matriks dan menggunakan formula minvers, hasilnya:

$$T^{-1} = \begin{pmatrix} 0,92687747 & -0,2827185 & 0,02305665 & -0,000549 \\ -0,2827185 & 0,10674721 & -0,0095483 & 0,00023942 \\ 0,02305665 & -0,0095483 & 0,00090256 & -2,346.10^{-5} \\ -0,000549 & 0,00023942 & -2,346.10^{-5} & 6,256.10^{-7} \end{pmatrix}$$

Langkah berikutnya untuk mendapatkan matriks U dengan cara mengalikan T^{-1} dan Y

$$U = \begin{pmatrix} 0,92687747 & -0,2827185 & 0,02305665 & -0,000549 \\ -0,2827185 & 0,10674721 & -0,0095483 & 0,00023942 \\ 0,02305665 & -0,0095483 & 0,00090256 & -2,346.10^{-5} \\ -0,000549 & 0,00023942 & -2,346.10^{-5} & 6,256.10^{-7} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 10.705,09 \\ 124.801,66 \\ 1.971.879,38 \\ 35.590.167 \end{pmatrix}$$

$$U = \begin{pmatrix} 565,648999 \\ -11,415118 \\ -0,0313536 \\ 0,00786313 \end{pmatrix}$$

Dari hasil perhitungan di atas diperoleh nilai $a = 565,648999$; $b = -11,415118$; $c = -0,0313536$; dan $d = 0,00786313$. Berikutnya, estimasi parameter model dengan menggunakan metode regresi. Hasil *output software R Studio* dapat dituliskan dalam Tabel 8 berikut.

Tabel 8. *Output* Regresi

	Estimasi	Std. Error	Nilai t	P-value
Intercept	565,648999	28,539622	19,820	1,28.10 ⁻¹⁴
Waktu	-11,415118	9,685350	-1,179	0,252
Waktu ²	-0,031354	0,890584	-0,035	0,972
Waktu ³	0,007863	0,023447	0,335	0,741

Tabel 8 menampilkan *output* regresi antara data dengan waktu, waktu kuadrat, waktu pangkat tiga. Diperoleh bahwa nilai masing-masing koefisien secara berurutan untuk a, b, c, dan d adalah 565,648999; -11,415118; -0,031354; dan 0,007863. Nilai-nilai koefisien ini nantinya akan digunakan untuk membentuk model yang kemudian digunakan untuk peramalan. Hasil estimasi parameter model yang dihitung secara metode invers matriks menggunakan *Microsoft Excel* dan penyelesaian metode regresi dengan menggunakan komputasi pada *software R Studio* memberikan hasil persamaan sebagai berikut:

$$\hat{Y} = 565,648999 - 11,415118t - 0,031354t^2 + 0,007863t^3 \quad (25)$$

4. Uji Asumsi Model

Berikut ini disajikan hasil uji asumsi model pada tabel 9.

TABEL 9. *Output* Uji Asumsi Model

Model	Shapiro Wilk (p-value)	DW	DW (p-value)	Breusch Pagan (p-value)	Normalitas	Autokorelasi	Homokedastisitas
Linear	0,8027	0,5607	2,6719× 10 ⁻⁶	0,0547	Normal	Ada	Ya
Kuadratik	0,1548	0,6527	3,3381× 10 ⁻⁶	0,0635	Normal	Ada	Ya
Kubik	0,2032	0,6664	6,0007× 10 ⁻⁷	0,0514	Normal	Ada	Ya

Uji normalitas dilakukan menggunakan uji Shapiro-Wilk untuk mengetahui apakah residual dari model regresi berdistribusi normal. Kriteria yang digunakan adalah residual berdistribusi normal apabila nilai *p-value* lebih besar dari taraf signifikansi 5% ($\alpha = 0,05$). Hasil pengujian menunjukkan bahwa model linear memiliki nilai *p-value* sebesar 0,8027, model kuadratik sebesar 0,1548, dan model kubik sebesar 0,2032. Seluruh nilai *p-value* tersebut lebih besar dari 0,05 sehingga hipotesis nol yang menyatakan bahwa residual berdistribusi normal tidak ditolak. Dengan demikian, residual pada ketiga model mengikuti distribusi normal dan asumsi normalitas telah terpenuhi.

Uji autokorelasi dilakukan menggunakan statistik Durbin-Watson (DW) untuk mengetahui ada atau tidaknya korelasi antara residual pada satu pengamatan dengan residual pada pengamatan lainnya. Nilai statistik DW yang diperoleh berturut-turut adalah 0,5607 untuk model linear, 0,6527 untuk model kuadratik, dan 0,6664 untuk model kubik. Berdasarkan hasil pengujian tersebut, ketiga model menunjukkan adanya autokorelasi positif pada residual, sebagaimana ditunjukkan pada kolom

autokorelasi yang menyatakan "Ada". Dimana *p-value* lebih kecil dari 0,05 untuk semua model. Hal ini mengindikasikan bahwa residual antar pengamatan belum bersifat independen. Oleh karena itu, asumsi independensi residual belum sepenuhnya terpenuhi pada ketiga model yang diuji.

Uji homokedastisitas dilakukan menggunakan uji Breusch-Pagan untuk mengetahui apakah varians residual bersifat konstan pada seluruh pengamatan. Kriteria yang digunakan adalah tidak terjadi heteroskedastisitas apabila nilai *p-value* lebih besar dari 0,05. Hasil pengujian menunjukkan nilai *p-value* Breusch-Pagan sebesar 0,0547 pada model linear, 0,0635 pada model kuadratik, dan 0,0514 pada model kubik. Seluruh nilai tersebut lebih besar dari 0,05 sehingga tidak terdapat cukup bukti untuk menyatakan adanya heteroskedastisitas. Dengan demikian, varians residual dapat dianggap homogen dan asumsi homokedastisitas telah terpenuhi pada ketiga model.

Asumsi independensi residual pada metode *Ordinary Least Squares* (OLS) tidak terpenuhi. Pelanggaran asumsi tersebut dapat menyebabkan estimator yang dihasilkan menjadi tidak efisien sehingga pengujian statistik terhadap parameter model menjadi kurang reliabel. Oleh karena itu, diperlukan metode estimasi yang mampu mengakomodasi adanya korelasi antar residual. Salah satu metode yang dapat digunakan adalah *Generalized Least Squares* (GLS), karena metode ini mampu memperhitungkan struktur korelasi pada residual sehingga menghasilkan estimasi parameter yang lebih efisien dan inferensi statistik yang lebih valid. Dengan demikian, analisis selanjutnya dilakukan menggunakan model regresi linear, kuadratik, dan kubik yang diestimasi dengan metode GLS.

a. Model GLS Linear

Model GLS Linear dituliskan dalam persamaan berikut.

$$Y = \beta_0 + \beta_1 t + \varepsilon \quad (26)$$

Selanjutnya, proses perhitungan dilakukan menggunakan *software R Studio* dengan hasil sebagai berikut:

TABEL 10. Output Regresi GLS Linear

	Estimasi	Std. Error	Nilai t	P-value
Intercept	552,6687	24,38175	22,667310	0
Waktu	-8,3413	1,62774	-5,124447	0

Hasil estimasi GLS dengan struktur korelasi AR(1) menunjukkan bahwa variabel waktu berpengaruh negatif dan signifikan terhadap variabel respon. Model berhasil mengakomodasi adanya autokorelasi residual melalui parameter AR(1) sebesar 0,7023. Persamaan model yang diperoleh adalah:

$$\hat{Y} = 552,6687 - 8,3413t \quad (27)$$

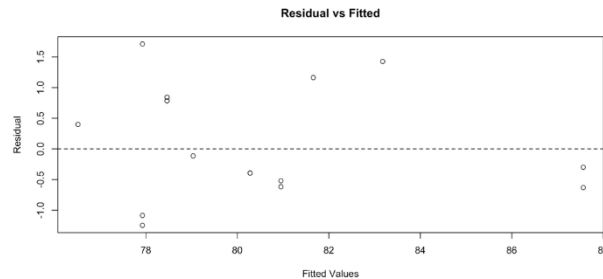
yang menunjukkan bahwa nilai variabel respon cenderung menurun sebesar 8,3413 satuan untuk setiap kenaikan satu satuan waktu.

TABEL 11. Output Uji Asumsi Model

Uji Asumsi Model	P-Value
Shapiro Wilk	0,5131
Ljung Box	0,072
Homoskedastisitas	0,0493

Berdasarkan hasil pengujian asumsi model, residual model telah memenuhi asumsi normalitas (*p-value Shapiro-Wilk* = 0,5131) dan tidak mengandung autokorelasi (*p-value Ljung-Box* = 0,0720).

Hasil uji homoskedastisitas memberikan nilai p-value sebesar 0,0493 yang berada sangat dekat dengan taraf signifikansi 5%. Oleh karena itu, dilakukan pemeriksaan diagnostik tambahan melalui plot residual terhadap nilai prediksi. Hasil plot menunjukkan sebaran residual yang relatif acak dan tidak membentuk pola tertentu, sehingga secara visual asumsi homoskedastisitas masih dapat dianggap terpenuhi seperti pada Gambar 6.



Gambar 6. Plot Residual Terhadap Nilai Prediksi

b. Model GLS Kuadratik

Model GLS kuadratik dituliskan dalam persamaan berikut.

$$\hat{Y} = \beta_0 + \beta_1 t + \beta_2 t^2 + \varepsilon \quad (28)$$

Selanjutnya, estimasi parameter model dengan menggunakan metode regresi melalui *software R Studio*.

TABEL 12. *Output* Regresi GLS Kuadratik

	Estimasi	Std. Error	Nilai t	P-value
Intercept	572,2826	29,873777	19,156687	0,0000
Waktu	-13,6648	5,427801	-2,517553	0,0200
Waktu ²	0,2157	0,208859	1,032886	0,3134

Berdasarkan Tabel 12 diperoleh persamaan model yakni $Y = 572,28 - 13,66t + 0,22t^2$. Hasil estimasi menunjukkan bahwa variabel waktu memiliki koefisien sebesar $-13,6648$ dan signifikan pada taraf 5% ($p\text{-value} = 0,0200$). Hal ini mengindikasikan bahwa peningkatan waktu cenderung menurunkan nilai variabel dependen. Sementara itu, koefisien variabel waktu kuadrat bernilai positif sebesar 0,2157, namun tidak signifikan secara statistik ($p\text{-value} = 0,3134$). Dengan demikian, tidak terdapat bukti yang cukup bahwa hubungan antara waktu dan variabel dependen mengikuti pola kuadratik. Model lebih menunjukkan adanya tren penurunan linier sepanjang periode pengamatan.

c. Model GLS Kubik

Model GLS kubik diberikan pada persamaan berikut.

$$\hat{Y} = \beta_0 + \beta_1 t + \beta_2 t^2 + \beta_3 t^3 + \varepsilon \quad (29)$$

Selanjutnya, estimasi parameter model dengan menggunakan metode regresi melalui *software R Studio*.

TABEL 13. *Output* Regresi GLS Kubik

	Estimasi	Std. Error	Nilai t	P-value
Intercept	581,7363	37,42460	15,544222	0,0000
t	-18,8256	12,78197	-1,472822	0,1564
I(t ²)	0,7458	1,19635	0,623391	0,5401
I(t ³)	-0,0142	0,03137	-0,451943	0,6562

Berdasarkan Tabel 13 diperoleh persamaan model $Y = 581,74 - 18,83t + 0,75t^2 - 0,01t^3$. Hasil uji signifikansi parameter menunjukkan bahwa koefisien intersep memiliki nilai p-value sebesar 0,0000 yang lebih kecil dari taraf signifikansi 0,05, sehingga dapat dinyatakan signifikan secara statistik. Sementara itu, koefisien variabel t memiliki p-value sebesar 0,1564, koefisien kuadrat t^2 memiliki p-value sebesar 0,5401, dan koefisien kubik t^3 memiliki p-value sebesar 0,6562. Ketiga nilai p-value tersebut lebih besar dari 0,05, sehingga koefisien t , t^2 , dan t^3 tidak signifikan secara statistik pada taraf nyata 5%.

d. Uji Asumsi Model GLS Kuadratik dan GLS Kubik

Berikut disajikan hasil uji asumsi model GLS linear, GLS kuadratik, dan GLS kubik pada tabel 14.

TABEL 14. Hasil Uji Asumsi Model GLS Linear, GLS Kuadratik, dan GLS Kubik

Model GLS	Shapiro Wilk (p-value)	Ljung Box (p-value)
Linear	0,6509	0,0720
Kuadratik	0,5136	0,0445
Kubik	0,2925	0,0338

Berdasarkan hasil uji normalitas menggunakan metode Shapiro-Wilk, ketiga model yang diuji menunjukkan bahwa telah memenuhi asumsi normalitas sisaan pada tingkat signifikansi 5%. Model GLS Linear diperoleh nilai *p-value* tertinggi sebesar 0,6509, diikuti oleh model GLS Kuadratik sebesar 0,5136, dan model GLS Kubik sebesar 0,2925. Karena nilai *p-value* dari ketiga model tersebut secara konsisten berada di atas nilai kritis $\alpha > 0,05$, maka keputusan statistik yang diambil adalah gagal menolak hipotesis nol (H_0). Hal ini mengindikasikan bahwa sisaan atau residual dari model GLS Linear, GLS Kuadratik, maupun GLS Kubik semuanya terbukti berdistribusi normal, sehingga aman untuk digunakan dalam analisis inferensial lebih lanjut.

Berbeda dengan hasil uji normalitas, hasil uji autokorelasi menggunakan metode *Ljung-Box* menunjukkan perbedaan yang signifikan antar model pada tingkat signifikansi 5%. Model GLS Linear menjadi satu-satunya model yang lolos dari masalah ketergantungan antar waktu dengan nilai *p-value* sebesar 0,0720. Karena nilai tersebut lebih besar dari $\alpha = 5\%$, hipotesis nol diterima, yang berarti sisaan pada model linear sudah bersifat acak (*white noise*) dan bebas dari autokorelasi. Sebaliknya, model GLS Kuadratik (*p-value* = 0,0445) dan model GLS Kubik (*p-value* = 0,0338) menghasilkan nilai yang kurang dari 0,05. Hal ini berarti hipotesis nol ditolak, sehingga dapat disimpulkan bahwa pada sisaan model kuadratik dan kubik masih terdapat masalah autokorelasi yang signifikan, yang berpotensi membuat estimasi variansnya menjadi bias.

5. Menguji Ketepatan Model

Berikut disajikan nilai Mean Absolute Percentage Error (MAPE) untuk model GLS linear, GLS kuadratik, dan GLS kubik.

TABEL 15. Nilai MAPE

No.	Model	MAPE
1	GLS Linear	5,484%
2	GLS Kuadratik	5,145%
3	GLS Kubik	4,446%

Berdasarkan hasil perhitungan nilai (MAPE), ketiga model tren Generalized Least Squares (GLS) yang diuji menunjukkan kemampuan peramalan yang sangat baik dengan tingkat kesalahan di bawah 10%. Model GLS Kubik menghasilkan nilai kesalahan terkecil yaitu sebesar 4,446%, diikuti

oleh GLS Kuadratik sebesar 5,145%, dan GLS Linear sebesar 5,484%. Meskipun model GLS Kubik dan Kuadratik memiliki tingkat akurasi pencocokan data (*in-sample accuracy*) yang sedikit lebih tinggi dibandingkan model linear, kedua model non-linear tersebut sebelumnya terbukti gagal memenuhi uji asumsi independensi sisaan (terdapat masalah autokorelasi berdasarkan uji Ljung-Box dengan $p\text{-value} < 0,05$).

Pelanggaran asumsi autokorelasi pada model GLS Kuadratik dan Kubik mengindikasikan adanya pola sistematis sisaan yang belum mampu ditangkap oleh model, sehingga membuat struktur variansnya bias dan rawan mengalami kondisi *overfitting* (hanya akurat di data historis, namun lemah saat memproyeksikan masa depan). Sebaliknya, model GLS Linear tidak hanya menghasilkan kemampuan prediksi yang sangat akurat (MAPE 5,484%), tetapi juga menjadi satu-satunya model yang sepenuhnya lolos uji asumsi klasik normalitas dan bebas autokorelasi (*white noise*). Oleh karena itu, dengan mempertimbangkan prinsip kaidah ilmiah statistik dan validitas model, Model GLS Linear dipilih sebagai model terbaik yang paling aman dan objektif untuk digunakan dalam melakukan peramalan jumlah penduduk miskin pada periode mendatang.

6. Melakukan Peramalan Jumlah Penduduk Miskin di Provinsi Sulawesi Tengah

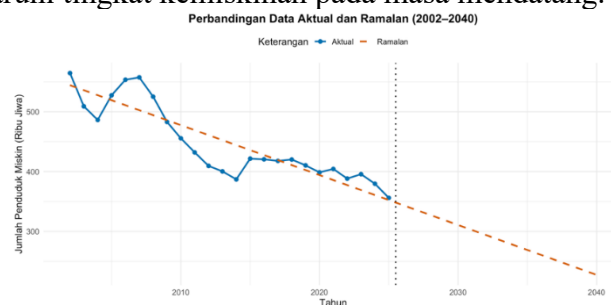
Peramalan dilakukan dengan menggunakan model terbaik yang sudah dipilih yakni menggunakan GLS Linear. Adapun model GLS linear yakni $\hat{Y} = 552,67 - 8,34t$. Peramalan ini dilakukan untuk memperoleh nilai di masa depan berdasarkan model yang terpilih yakni GLS linear. Berikut disajikan hasil peramalan tahun 2026 sampai 2040.

Tabel 16. Data Aktual dan Data Ramalan

Tahun	t	Data Aktual (ribu jiwa) (Y)	Data Ramalan (ribu jiwa) ($\hat{Y}$)	Tahun	t	Data Aktual (ribu jiwa) (Y)	Data Ramalan (ribu jiwa) ($\hat{Y}$)
2002	1	564,6	544,33	2021	20	404,44	385,87
2003	2	509,1	535,99	2022	21	388,36	377,53
2004	3	486,3	527,65	2023	22	395,66	369,19
2005	4	527,5	519,31	2024	23	379,76	360,85
2006	5	553,5	510,97	2025	24	356,19	352,51
2007	6	557,4	502,63	2026	25	-	344,17
2008	7	525,2	494,29	2027	26	-	335,83
2009	8	483,1	485,95	2028	27	-	327,49
2010	9	455,6	477,61	2029	28	-	319,15
2011	10	432,1	469,27	2030	29	-	310,81
2012	11	409,5	460,93	2031	30	-	302,47
2013	12	400,4	452,59	2032	31	-	294,13
2014	13	387,06	444,25	2033	32	-	285,79
2015	14	421,63	435,91	2034	33	-	277,45
2016	15	420,52	427,57	2035	34	-	269,11
2017	16	417,87	419,23	2036	35	-	260,77
2018	17	420,21	410,89	2037	36	-	252,43
2019	18	410,36	402,55	2038	37	-	244,09
2020	19	398,73	394,21	2039	38	-	235,75
				2040	39	-	227,41

Pada riset ini peramalan dilakukan dalam 15 tahun kedepan dengan menggunakan persamaan (27). Tabel 16 memperlihatkan tabulasi data yang digunakan dan output ramalan menggunakan *Microsoft Excel* dan *R Studio* dengan hasil yang sama. Berdasarkan analisis tren jumlah penduduk miskin di Provinsi Sulawesi Tengah periode 2002–2025, diperoleh kecenderungan penurunan jumlah

penduduk miskin dalam jangka panjang. Hasil pengujian asumsi menunjukkan bahwa model yang digunakan memenuhi kriteria normalitas residual dan layak digunakan untuk analisis tren. Model tren GLS linear menggambarkan bahwa jumlah penduduk miskin mengalami penurunan secara bertahap dari waktu ke waktu. Berdasarkan hasil peramalan, jumlah penduduk miskin diproyeksikan terus menurun hingga mencapai sekitar 227,41 ribu jiwa pada tahun 2040. Temuan ini mengindikasikan bahwa upaya pengentasan kemiskinan di Provinsi Sulawesi Tengah menunjukkan perkembangan yang positif dalam jangka panjang. Meskipun demikian, hasil peramalan ini didasarkan pada pola historis sehingga akurasinya sangat bergantung pada keberlanjutan kondisi sosial, ekonomi, dan kebijakan yang memengaruhi tingkat kemiskinan pada masa mendatang.



Gambar 7. Perbandingan Data Aktual dan Data Ramalan

Gambar 7. Perbandingan data aktual dan hasil peramalan jumlah penduduk miskin di Provinsi Sulawesi Tengah menggunakan model GLS linear periode 2002–2040. Garis putus-putus vertikal menunjukkan batas antara periode historis (2002–2025) dan periode peramalan (2026–2040). Pemilihan model GLS linear dilakukan karena hasil pengujian awal pada model OLS menunjukkan adanya autokorelasi residual, sehingga diperlukan pendekatan yang mampu mengakomodasi struktur korelasi pada data deret waktu.

Berdasarkan grafik, data aktual menunjukkan kecenderungan penurunan jumlah penduduk miskin selama periode pengamatan, meskipun terdapat fluktuasi pada beberapa tahun tertentu. Model GLS linear mampu mengikuti pola umum pergerakan data dengan cukup baik dan berhasil merepresentasikan kecenderungan jangka panjang yang menurun. Hal ini menunjukkan bahwa perubahan jumlah penduduk miskin dari waktu ke waktu dapat dijelaskan melalui komponen tren linier setelah memperhitungkan pengaruh autokorelasi residual.

Hasil peramalan menunjukkan bahwa jumlah penduduk miskin di Provinsi Sulawesi Tengah diproyeksikan terus mengalami penurunan pada periode 2026–2040. Berdasarkan model yang diperoleh, jumlah penduduk miskin diperkirakan menurun secara bertahap dari sekitar 344 ribu jiwa pada tahun 2026 menjadi sekitar 227 ribu jiwa pada tahun 2040. Temuan ini mengindikasikan bahwa pola penurunan kemiskinan yang terjadi selama periode historis berpotensi berlanjut pada masa mendatang apabila kondisi sosial ekonomi dan kebijakan penanggulangan kemiskinan tetap mendukung.

Meskipun demikian, hasil peramalan yang diperoleh merupakan proyeksi berdasarkan pola historis data dan tidak memasukkan faktor-faktor eksternal seperti pertumbuhan ekonomi, tingkat pengangguran, inflasi, maupun perubahan kebijakan pemerintah. Oleh karena itu, hasil peramalan ini lebih tepat digunakan sebagai gambaran kecenderungan (*trend projection*) dibandingkan sebagai prediksi absolut mengenai jumlah penduduk miskin pada masa mendatang.

7. Pembahasan

Penelitian ini bertujuan untuk menganalisis dan meramalkan jumlah penduduk miskin di Provinsi Sulawesi Tengah menggunakan pendekatan analisis tren. Hasil pengujian menunjukkan bahwa model regresi linear dengan metode *Ordinary Least Squares* (OLS) mengalami pelanggaran asumsi

independensi residual akibat adanya autokorelasi. Oleh karena itu, dilakukan estimasi ulang menggunakan metode *Generalized Least Squares* (GLS) dengan struktur korelasi *autoregressive* orde satu (AR(1)). Hasil pengujian asumsi pada model GLS linear menunjukkan bahwa residual memenuhi asumsi normalitas, independensi, dan homoskedastisitas sehingga model dinilai layak digunakan untuk peramalan.

Berdasarkan model GLS linear yang diperoleh, jumlah penduduk miskin di Provinsi Sulawesi Tengah menunjukkan tren menurun selama periode pengamatan 2002–2025. Hasil peramalan mengindikasikan bahwa tren penurunan tersebut diperkirakan berlanjut hingga tahun 2040 dengan jumlah penduduk miskin mencapai sekitar 227,41 ribu jiwa. Temuan ini menunjukkan adanya prospek positif dalam upaya pengentasan kemiskinan di Provinsi Sulawesi Tengah apabila pola perkembangan yang terjadi selama periode historis dapat dipertahankan.

Meskipun demikian, hasil peramalan ini didasarkan pada pola data historis dan belum mempertimbangkan faktor-faktor eksternal seperti pertumbuhan ekonomi, inflasi, kondisi ketenagakerjaan, bencana alam, maupun perubahan kebijakan pemerintah. Oleh karena itu, penelitian selanjutnya disarankan untuk mengembangkan model peramalan yang memasukkan variabel-variabel ekonomi dan sosial yang relevan agar diperoleh hasil prediksi yang lebih komprehensif dan akurat.

Kolaborasi lintas sektor perlu dilakukan untuk mengatasi kemiskinan karena masalah kemiskinan melibatkan pemerintah dan masyarakat, serta berbagai aspek yang berkaitan ([Hidayat & Anshari, 2025](#)). Data yang diperoleh dari Badan Pusat Statistik (BPS) tahun 2002 sampai 2025, jumlah penduduk miskin di Provinsi Sulawesi Tengah menurun dari 564.600 jiwa pada tahun 2002 menjadi 356.190 jiwa pada tahun 2025. Berfokus pada menurunkan beban pengeluaran, meningkatkan pendapatan, dan mengurangi jumlah keluarga miskin merupakan keberhasilan program penanggulangan kemiskinan di Provinsi Sulawesi. Program-program penanggulangan kemiskinan di Sulteng selama Triwulan II dan III Tahun 2024 mengeluarkan sejumlah dana hingga 439,4 miliar Rupiah ([Dinas Sosial Provinsi Sulawesi Tengah, 2025](#)).

Dari sisi statistik, pola penurunan jumlah penduduk miskin di Provinsi Sulawesi Tengah menunjukkan adanya tren negatif yang konsisten selama periode pengamatan tahun 2002–2025. Hasil analisis tren memperlihatkan bahwa jumlah penduduk miskin cenderung menurun dari tahun ke tahun, baik berdasarkan data aktual maupun hasil pemodelan. Meskipun demikian, penelitian ini masih terbatas pada analisis deskriptif dan pemodelan tren. Oleh karena itu, penelitian lanjutan dapat dilakukan dengan menggunakan pendekatan statistik yang lebih mendalam, seperti uji signifikansi tren, *interrupted time series analysis*, maupun uji beda rata-rata, untuk mengetahui apakah penurunan jumlah penduduk miskin tersebut signifikan secara statistik dan sejauh mana dipengaruhi oleh kebijakan pemerintah, pertumbuhan ekonomi, atau program penanggulangan kemiskinan yang diterapkan selama periode penelitian.

Data jumlah penduduk miskin tahun 2002 sampai 2025 di Provinsi Sulawesi Tengah yang diplotkan diperoleh cenderung membentuk pola kuadratik dan kubik daripada linear. Berdasarkan nilai koefisien determinasi (R^2), model kubik memiliki kemampuan terbaik dalam menjelaskan variasi data jumlah penduduk miskin karena memperoleh nilai R^2 tertinggi sebesar 80,76% dibandingkan model linear dan kuadratik. Nilai R^2 antara model kuadratik dan kubik yang diperoleh hasilnya tidak jauh berbeda dengan selisih yang kecil, dimana nilai R^2 untuk model tren kuadratik sebesar 80,65%. Namun, dalam menentukan model peramalan terbaik tidak hanya dilihat dari nilai R^2 , tetapi juga perlu dilihat uji asumsi model dan pemilihan model terbaik.

Pada uji asumsi model diperoleh hasil bahwa pada asumsi independensi residual metode *Ordinary Least Squares* (OLS) tidak terpenuhi. Pelanggaran asumsi tersebut dapat menyebabkan estimator yang dihasilkan menjadi tidak efisien sehingga pengujian statistik terhadap parameter

model menjadi kurang reliabel. Oleh karena itu, digunakan metode *Generalized Least Squares* (GLS), karena metode ini mampu memperhitungkan struktur korelasi pada residual sehingga menghasilkan estimasi parameter yang lebih efisien dan inferensi statistik yang lebih valid. Analisis yang telah dilakukan menggunakan model regresi linear, kuadratik, dan kubik yang diestimasi dengan metode GLS.

Pada uji asumsi model GLS linear, GLS kuadratik, dan GLS kubik diperoleh pelanggaran asumsi autokorelasi pada model GLS Kuadratik dan Kubik. Hal ini mengindikasikan adanya pola sistematis sisaan yang belum mampu ditangkap oleh model, sehingga membuat struktur variansnya bias dan rawan mengalami kondisi *overfitting* Dimana hanya akurat di data historis, namun lemah saat memproyeksikan masa depan. Sebaliknya, model GLS Linear tidak hanya menghasilkan kemampuan prediksi yang sangat akurat yakni nilai MAPE 5,484%, tetapi juga menjadi satu-satunya model yang sepenuhnya lolos uji asumsi normalitas dan bebas autokorelasi (*white noise*). Oleh karena itu, dengan mempertimbangkan prinsip kaidah ilmiah statistik dan validitas model, model GLS Linear dipilih sebagai model terbaik yang paling aman dan objektif untuk digunakan dalam melakukan peramalan jumlah penduduk miskin pada periode mendatang.

Model $\hat{Y} = 552,6687 - 8,3413t$ diperoleh setelah melakukan estimasi parameter model dengan menggunakan komputasi regresi pada R Studio yang selanjutnya model ini digunakan untuk peramalan. Pengujian ketepatan model menunjukkan bahwa tingkat kesalahan perkiraan antara nilai peramalan dan nilai aktual sebesar 5,484%.

Data di masa depan dapat diproyeksikan berdasarkan data masa lalu ini adalah tujuan dilakukan peramalan (Hidayat & Anshari, 2025). Peramalan yang dilakukan pada model ini menggunakan model non linear kuadratik yang memperoleh hasil peramalan jumlah penduduk miskin di Provinsi Sulawesi Tengah selama 15 tahun kedepan. Adapun, hasil peramalan jumlah penduduk miskin dari tahun 2026 hingga 2040 (dalam ribu jiwa) adalah 344,17; 335,83; 327,49; 319,15; 310,81; 302,47; 294,13; 285,79; 277,45; 269,11; 260,77; 252,43; 244,09; 235,75; dan 227,41.

Pada fase evaluasi historis, data aktual menunjukkan fluktuasi pergerakan jumlah penduduk miskin yang dinamis namun memiliki kecenderungan umum (*general trend*) yang menurun. Pada awal periode pengamatan (tahun 2002), jumlah penduduk miskin tercatat sebesar 564,6 ribu jiwa, kemudian sempat mengalami penurunan tajam menjadi 486,3 ribu jiwa pada tahun 2004 ($t = 3$). Meskipun terjadi fluktuasi atau kenaikan jangka pendek pada tahun 2005 dan 2006 (mencapai 557,4 ribu jiwa), pola jangka panjang kembali bergerak turun secara gradual setelah tahun 2007.

Model GLS Linear mampu menangkap arah pergerakan linear ini dengan deviasi yang relatif kecil. Sebagai contoh, pada tahun terakhir data aktual (tahun 2025 atau $t = 24$), jumlah penduduk miskin riil berada di angka 356,19 ribu jiwa, sementara model memberikan estimasi pencocokan (*fitted value*) sebesar 352,51 ribu jiwa. Selisih atau residual yang tipis di sepanjang deret waktu historis ini menegaskan kemampuan model dalam meminimalkan bias autokorelasi galat yang biasanya melekat pada data runtun waktu (*time series*), sehingga struktural estimasi parameter linear tetap konsisten dan efisien.

Sesuai dengan sifat linearitas model GLS terbaik yang terpilih, proyeksi jumlah penduduk miskin menunjukkan tren penurunan yang konstan dan stabil dengan gradien negatif. Pada tahun 2026 ($t = 25$), jumlah penduduk miskin diprediksi akan turun menjadi 344,17 ribu jiwa. Pola penurunan ini berlanjut secara konstan dari tahun ke tahun dengan pengurangan yang ajeg di setiap periodenya. Pada akhir peramalan, yaitu tahun 2040 ($t = 39$), jumlah penduduk miskin diproyeksikan mencapai titik terendahnya sepanjang sejarah pengamatan, yakni sebesar 227,41 ribu jiwa.

Secara substansi kebijakan publik dan ekonomi makro, tren penurunan linear yang konsisten ini mengindikasikan bahwa program penanggulangan kemiskinan atau faktor-faktor struktural yang

memengaruhi penurunan kemiskinan selama 24 tahun terakhir berjalan secara berkelanjutan (*sustainable*). Penurunan dari kisaran 564 ribu jiwa di tahun 2002 menuju proyeksi 227 ribu jiwa di tahun 2040 mencerminkan adanya keberhasilan intervensi jangka panjang yang mampu mereduksi angka kemiskinan makro secara signifikan. Validitas hasil proyeksi ini didukung kuat oleh kondisi sisaan model yang telah terbukti bersifat *white noise* (acak sempurna), sehingga risiko terjadinya kesalahan peramalan yang ekstrem (*overestimating* atau *underestimating*) akibat dependensi waktu dapat diminimalisasi secara optimal.

D. Kesimpulan

Penelitian ini bertujuan untuk membentuk model dan melakukan peramalan jumlah penduduk miskin di Provinsi Sulawesi Tengah menggunakan model tren linear dan non linear terbaik antara model linear, kuadrat, dan kubik berdasarkan data jumlah penduduk miskin tahun 2002–2025. Nilai R^2 antara model kuadrat dan kubik yang diperoleh hasilnya tidak jauh berbeda dengan selisih yang kecil, dimana nilai R^2 untuk model tren kuadrat sebesar 80,65% dan model tren kubik sebesar 80,76%. Namun, dalam menentukan model peramalan terbaik tidak hanya dilihat dari nilai R^2 , tetapi juga dari tingkat kesalahan peramalan.

Pada uji asumsi model diperoleh hasil bahwa pada asumsi independensi residual metode *Ordinary Least Squares* (OLS) tidak terpenuhi. Oleh karena itu, digunakan metode *Generalized Least Squares* (GLS). Pada uji asumsi model GLS linear, GLS kuadrat, dan GLS kubik diperoleh pelanggaran asumsi autokorelasi pada model GLS Kuadrat dan Kubik. Model GLS Linear ($\hat{Y} = 552,6687 - 8,3413t$) tidak hanya menghasilkan kemampuan prediksi yang sangat akurat yakni nilai MAPE 5,484%, tetapi juga menjadi satu-satunya model yang sepenuhnya lolos uji asumsi normalitas dan bebas autokorelasi (*white noise*). Sesuai dengan sifat linearitas model GLS terbaik yang terpilih, proyeksi jumlah penduduk miskin menunjukkan tren penurunan yang konstan dan stabil dengan gradien negatif. Pada tahun 2026 ($t = 25$), jumlah penduduk miskin diprediksi akan turun menjadi 344,17 ribu jiwa. Pola penurunan ini berlanjut secara konstan dari tahun ke tahun. Pada akhir peramalan, yaitu tahun 2040 ($t = 39$), jumlah penduduk miskin diproyeksikan mencapai titik terendahnya sepanjang sejarah pengamatan, yakni sebesar 227,41 ribu jiwa.

Bagi peneliti selanjutnya, disarankan untuk lebih mengembangkan metode peramalan yang digunakan dengan membandingkan metode kuadrat terhadap berbagai metode lainnya, baik metode tren nonlinier maupun metode deret waktu, seperti metode kubik, eksponensial, Gompertz, logistik, power, serta metode ARIMA. Hal ini diharapkan dapat memperluas wawasan dan memberikan pemahaman yang lebih mendalam, khususnya dalam analisis dan peramalan data deret waktu.

DAFTAR PUSTAKA

- Afriady, A., Kusumastuti, E. D., & Lestari, F. (2021). Analisis Perbandingan Tiga Metode Peramalan Penjualan pada UMKM Adorable Project. *Journal of Accounting and Finance*, 6(2), 107-117.
- Badan Pusat Statistik. (2011, Januari 27). *Penjelasan Data Kemiskinan*. Diambil kembali dari Badan Pusat Statistik: <https://www.bps.go.id/id/pressrelease/2011/01/27/884/penjelasan-data-kemiskinan.html>
- Dilla, F., & Al-Idrus, S. I. (2023). Peramalan Jumlah Angkatan Kerja di Kota Medan Menggunakan. *Lencana: Jurnal Inovasi Ilmu Pendidikan*, 1(2), 91-107.
- Dinas Sosial Provinsi Sulawesi Tengah. (2025, 01 15). *Tingkat Kemiskinan di Sulteng Turun 21 Ribu Jiwa*. Dipetik 03 2026, dari Dinas Sosial Provinsi Sulawesi Tengah:

<https://dinsos.sultengprov.go.id/2025/01/15/tingkat-kemiskinan-di-sulteng-turun-21-ribu-jiwa/>

- Fahmi, A. J. (2021). Isu Strategis dalam Mengatasi Kemiskinan di Kabupaten Serang. *Desanta Indonesian of Interdisciplinary Journal*, 1(2), 78-93.
- Herlambang, L. A., & Sugianto, W. (2021). Analisis Peramalan Penjualan Sepeda dan Motor Listrik di PT XYZ. *Jurnal Comasie*, 4(1), 130-138.
- Hermanto, K., & Rizqika, F. (2019). Metode Regresi yang Tepat Untuk Meramalkan Permintaan Minyak Solar di Kabupaten Sumbawa. *Unisda Journal of Mathematics and Computer Science*, 5(1), 17-24.
- Hidayat, R., & Anshari, N. W. (2025). *Journal of Sustainable Innovation on Education, Mathematics and Natural Sciences*, 5(1), 303-314.
- Ishartono, & Raharjo, S. T. (2016). Sustainable Development Goals (SDGs) dan Pengentasan Kemiskinan. *Share Social Work Journal*, 6(2), 159-167.
- Mangiri, N. B., Aidid, M. K., & Ikhwana, N. (2025). Penerapan Metode Kuadratik untuk Peramalan Banyaknya Penduduk Miskin di Sulawesi Selatan Tahun 2008-2025. *VARIANSI: Journal of Statistics and Its Application on Teaching and Research*, 7(2), 115-123.
- Nasution, A. (2019). Metode Weighted Moving Average dalam M-Forecasting. *Jurnal Teknologi dan Sistem Informasi*, V(2), 119-124.
- Nugroho, A., Amir, H., Maududy, I., & Marlina, I. (2021). Poverty eradication programs in Indonesia: Progress, challenges and reforms. *Challenges and Reforms. Journal of Policy Modeling*, 43(6), 1204–1224.
- Septianti, R. P., & Dahtiah, N. (2021). Penerapan Metode Peramalan dalam Menyusun anggaran Penjualan dan Anggaran Produksi Sebagai Dasar Penyusunan Anggaran Biaya Produksi pada LAF Project. *Indonesian Accounting Literacy Journal*, 1(3), 490-503.
- Wahyu, F., & Hendrik, B. (2023). Perbandingan Algoritma Time Series Dan Fuzzy Inference System Dalam Analisis Data Deret Waktu. *Jurnal Penelitian Teknologi Informasi Dan Sains*, 1(3), 17-24.